Proba pe echipaje

Clasa a V-a

Problema pentru proba pe echipaje

1. Fie două numere naturale a şi b cu $b \neq 0$. Prin împărțirea lui a la b se obține câtul 5 şi restul 27.
   a) Calculați 3a-15b+10;
   b) Dacă a-b < 143, calculează a şi b.

(10 puncte)

Problema pentru proba pe echipaje

2. Dacă aşezăm 5 flori într-o vază, ar mai fi nevoie de 5 vaze. Dacă am aşeza câte 7 flori într-o vază, ar rămâne o vază cu 3 flori şi 3 vaze goale. Aflați numărul de flori şi numărul de vaze.

(10 puncte)

Clasa a VI-a

Problema pentru proba pe echipaje

3. Fie $n \in N^*$. Arătați că $\frac{5 \cdot 10^{n+1} - 3 \cdot 10^n - 11}{9} = 5\underbrace{222......2}_{n-1 \text{cifre}}1$.

(10 puncte)

Problema pentru proba pe echipaje

4. În ΔABC dreptunghic în B, fie (AD bisectoarea $\angle A$ ($D \in [BC]$). Perpendiculara DM dusă în D pe ipotenuză ($M \in [AC]$) taie prelungirea catetei AB în E. să se arate că ΔDEC este isoscel.

(10 puncte)

Clasa a VII-a

Problema pentru proba pe echipaje

5. Aflați cifrele x,y astfel încât: $\sqrt{0,xx(y)+o,yy(x)} \in Q$.

(10 puncte)

Problema pentru proba pe echipaje

6. Într-un patrulater ABCD laturile opuse AB, CD se întâlnesc în P şi sunt perpendiculare. Să se demonstreze că suma pătratelor celorlalte două laturi este egală cu suma pătratelor diagonalelor.

(10 puncte)

Clasa a VIII-a

Problema pentru proba pe echipaje

7. a) Determinați elementele mulțimii $A=\{(x,y)\in Z\times Z | x+y+xy=1\}$.

   b) Dacă elementele mulțimii A reprezintă coordonatele unor puncte, reprezentați-le într-un sistem de coordonate şi calculați aria patrulaterului convex cu vârfurile în aceste puncte.

(10 puncte)

Problema pentru proba pe echipaje

8. În cubul ABCDA'B'C'D', O este centrul feței ABCD şi OM = d(O, BD') = $\frac{8\sqrt{6}}{3}$. Fie P$\in$(AA'), PA = 7PA'. Aflați:
   a) muchia cubului;
   b) aria totală şi volumul cubului;
   c) distanța d(P,(B'BD'));
   d) cosinusul unghiului $((PBD),(BCD))$.

(10 puncte)

CONCURSUL „EUCLID”
14 aprilie 2006
Proba pe echipaje

BAREM CORECTARE

Clasa a V-a

1.

a) *(2 puncte)* $a = 5b + 27,\ b > 27$
(2 puncte) $a-5b = 27 \Rightarrow 3a - 15b = 81$
(1 punct) $3a - 15b + 10 = 3\cdot 27 + 10 = 91$

b) *(3 puncte)* $a-b < 143 \Rightarrow b < 29$
(1 punct) dar $b > 27 \Rightarrow b = 27$
(1 punct) $a = 167$

Total: *10 puncte*

2. x = numărul de vaze, y = numărul de flori:
(3 puncte) $y = 5x + 5\cdot 5$
(3 puncte) $7(x-4) + 3 = y$
(2 puncte) $x = 25$
(2 puncte) $y = 150$

Total: *10 puncte*

Clasa a VI-a

3.

(3 puncte) $$\frac{5\cdot 10^{n+1}-3\cdot 10^{n}-11}{9}=\frac{5\cdot 10^{n+1}-5-3\cdot 10^{n}-6}{9}=\frac{5(10^{n+1}-1)}{9}-\frac{3(10^{n}+2)}{9}$$
$$=5\cdot\frac{10^{n+1}-1}{9}-\frac{10^{n}+2}{3}$$

(3 puncte) $$\frac{10^{n+1}-1}{9}=\underbrace{11...1}_{n+1\text{cifre}}$$
$$\frac{10^{n}+2}{3}=\underbrace{33...3}_{n-1\text{cifre}}4$$

(3 puncte) $$\Rightarrow \frac{5\cdot 10^{n+1}-3\cdot 10^{n}-11}{9}=5\cdot\underbrace{11...1}_{n+1\text{cifre}}-\underbrace{33...3}_{n-1\text{cifre}}4=\underbrace{55...5}_{n+1\text{cifre}}-\underbrace{33...3}_{n-1\text{cifre}}4$$

(1 punct) $$=5\underbrace{222......2}_{n-1\text{cifre}}1$$

Total: *10 puncte*

4.

(3 puncte) $\Delta ABD \equiv \Delta AMD$ (I.U.) $\Rightarrow [BD] \equiv [DM]$

(3 puncte) $\Delta DBE \equiv \Delta DMC$ (C.U.)

(2 puncte) $\angle BDE \equiv \angle MDC$ (opuse la vârf)

(2 puncte) $\Rightarrow [DE] \equiv [DC] \Rightarrow \Delta DEC$ isoscel

---

Total: *10 puncte*

Clasa a VII-a

5.

(2 puncte) $\overline{0,xx(y)} + \overline{0,yy(x)} = \dfrac{\overline{xxy} - \overline{xx}}{900} + \dfrac{\overline{yyx} - \overline{yy}}{900}$

(1 punct) $= \dfrac{111x + 111y - 11x - 11y}{900}$

(1 punct) $= \dfrac{100x + 100y}{900} = \dfrac{100(x+y)}{900} = \dfrac{x+y}{9}$

(1 punct) $\Rightarrow \sqrt{\dfrac{x+y}{9}} \in Q \Leftrightarrow \dfrac{1}{3}\sqrt{x+y} \in Q$

(1 punct) $x+y = 4 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}; \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}; \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

(2 puncte) $x+y = 9 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=8 \end{cases}; \begin{cases} x=2 \\ y=7 \end{cases}; \begin{cases} x=3 \\ y=6 \end{cases}; \begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases}; \begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}; \begin{cases} x=6 \\ y=3 \end{cases}; \begin{cases} x=7 \\ y=2 \end{cases}; \begin{cases} x=8 \\ y=1 \end{cases}$

(1 punct) $x+y = 16 \Rightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=9 \end{cases}; \begin{cases} x=8 \\ y=8 \end{cases}$

(1 punct) Finalizare

Total: *10 puncte*

6.

(1 punct) Ipoteze şi concluzii

(2 puncte) Figura

(6 puncte) ΔAPD dreptunghic: $AD^2 = AP^2 + PD^2$

ΔBPC dreptunghic: $BC^2 = BP^2 + PC^2$

ΔPBD dreptunghic: $BD^2 = PD^2 + BP^2$

ΔPAC dreptunghic: $AC^2 = PC^2 + AP^2$

(1 punct) Finalizare: $\Rightarrow AD^2 + BC^2 = AC^2 + BD^2$

Total: *10 puncte*

Clasa a VIII-a

7.

a) *(1 punct)* Scrie $(x+1)(y+1) = 2$

(1 punct) $x = 0, y = 1$

(1 punct) $x = 1, y = 0$

(1 punct) $x = -2, y = -3$

(1 punct) $x = -3, y = -2$

b) *(1 punct)* Reprezentarea corectă a punctelor

(3 puncte) Arată că figura este dreptunghi

(1 punct) Calculează $A = 6$ u^2 (sau prin diferență de arii)

Total: *10 puncte*

8.

a) *(1 punct)* $\Delta OMB \approx \Delta D'DB$ şi scrie $\dfrac{OM}{D'D} = \dfrac{OB}{D'B}$

(1 punct) Determină $l = 4$ cm

b) *(1 punct)* $A_t = 96$ cm^2

(1 punct) $V = 64$ cm^3

c) *(2 puncte)* $d(P,(BDD')) = d(A,(BDD')) = AO = 2\sqrt{2}$

d) *(2 puncte)* Justifică că unghiul este POA

(2 puncte) Găseşte valoarea cosinusului $\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$

Total: *10 puncte*