COLEGIUL NAȚIONAL "LIVIU REBREANU" BISTRIȚA
100 de ani de la înființare

100
2010
Anul Matematicii în Școala Românească
www.anulmatematicii.ro

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN "MATEMATICA DE DRAG"
EDIȚIA a V-a (19-21 noiembrie 2010)

CLASA a V-a

1. La un campionat de fotbal, Andrei, Mihai și Vasile au marcat împreună 22 de goluri. Andrei a marcat de trei ori mai multe goluri decât Vasile, iar Mihai jumătate din numărul golurilor marcate de Andrei. Câte goluri a marcat fiecare?

2. Să se determine numerele naturale $\overline{abc}$, scrise în baza 10, astfel încât $\overline{abc} = \overline{cba} + \overline{ab} + \overline{ba} + \overline{ca} + \overline{ac} + \overline{bc} + \overline{cb}$.

3. Există 5 numere naturale a, b, c, d și e cu proprietatea că suma a oricăror patru dintre ele dă restul 1 prin împărțirea la 4 ?

Notă:

- Fiecare subiect rezolvat complet și corect primește 7 puncte.
- Orice rezolvare corectă va primi punctajul corespunzător.
- Timpul de lucru este de $2\frac{1}{2}$ h.

COLEGIUL NAȚIONAL "LIVIU REBREANU" BISTRIȚA
100 de ani de la înființare

100
2010
Anul Matematicii în Școala Românească
www.anulmatematicii.ro

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN "MATEMATICA DE DRAG"
EDIȚIA a V-a (19-21 noiembrie 2010)

CLASA a VI-a

1. Determinați toate numerele naturale nenule care împărțite la 17 dau câtul egal cu restul și împărțite la 23 dau , de asemenea , câtul egal cu restul.

2. Determinați m , n numere naturale astfel încât $2^m - 2^n = 120$.

3. Arătați că numărul $x = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 2009 \cdot 2010 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{2009} + \frac{1}{2010}\right)$

   este natural și se divide cu 2011.

Notă:

- Fiecare subiect rezolvat complet și corect primește 7 puncte.
- Orice rezolvare corectă va primi punctajul corespunzător.
- Timpul de lucru este de $2\frac{1}{2}$ h.

COLEGIUL NAȚIONAL "LIVIU REBREANU" BISTRIȚA
100 de ani de la înființare

100
2010
Anul Matematicii în Școala Românească
www.anulmatematicii.ro

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN "MATEMATICA DE DRAG"
EDIȚIA a V-a (19-21 noiembrie 2010)

CLASA a VII-a

1. În triunghiul ABC, M este mijlocul înălțimii AD ($D \in (BC)$) , iar $E \in (AC)$ astfel încât $EC = 2AE$. Arătați că punctele B, M, E sunt coliniare dacă și numai dacă $[AB] \equiv [AC]$.

2. Să se determine $a, b \in \mathbb{N}$ știind că 1997 împărțit la a dă restul $2b-a$ și împărțit la b dă restul $2a-10$.

3. Dacă x, y, z, t sunt numere reale, atunci

$$(-x+y+z+t)^2 + (x-y+z+t)^2 + (x+y-z+t)^2 + (x+y+z-t)^2 + \frac{1}{4} \geq x+y+z+t$$

Precizați cazul de egalitate.

Notă:

- Fiecare subiect rezolvat complet și corect primește 7 puncte.
- Orice rezolvare corectă va primi punctajul corespunzător.
- Timpul de lucru este de $2\frac{1}{2}$ h.

COLEGIUL NAȚIONAL "LIVIU REBREANU" BISTRIȚA
100 de ani de la înființare

100
2010
Anul Matematicii în
Școala Românească
www.anulmatematicii.ro

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN "MATEMATICA DE DRAG"
EDIȚIA a V-a (19-21 noiembrie 2010)

CLASA a VIII-a

1. Fie patrulaterul inscriptibil $ABCD$. Dacă $AC \cap BD = \{O\}$, $E \in (OC)$ și $F \in (BD)$, să se demonstreze că $EF \parallel AB$ dacă și numai dacă $\angle ADE \equiv \angle BCF$.

2. Demonstrați că pentru orice n număr natural are loc inegalitatea
$$\sqrt{n+\sqrt{n+\ldots+\sqrt{n+\sqrt{n}}}} \angle \frac{1+\sqrt{1+4n}}{2}.$$

3. Fie a și n două numere naturale nenule. Arătați că numărul $x_n(a) = 1+a+a^2+a^3+\ldots+a^{12n-1}$ se divide prin $(a+1)(a^2+1)(a^8+a^4+1)$.

Notă:

- Fiecare subiect rezolvat complet și corect primește 7 puncte.
- Orice rezolvare corectă va primi punctajul corespunzător.
- Timpul de lucru este de $2\frac{1}{2}$ h.