Olimpiada Națională de Matematică
- etapa locală - 13.02.2010
Clasa a VIII-a

Varianta 1

SUBIECTE:

1. Determinați *a, b* ştiind că există numerele reale *x* şi *y* astfel încât

$$\sqrt{x^2+y^2-2ax-2y+a^2+5}+\sqrt{x^2+y^2-4x-2by+b^2+5}=3.$$

Prof. Ion Angela, Şcoala 6 - Piteşti

2. **a**) Ştiind că : $x^3-1=y(x-1)$ pentru $\forall\ x, y \in$ R, x$\neq$1, arătați că $y>0$.

b) Aflați valoarea reală a numărului

$$E = x^4+x^3+x^2+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^4} \text{ ştiind că } \left(x-\frac{1}{x}\right)^3=64.$$

Prof. Vasile Uleanu – Şcoala cu cls . I-VIII nr.5 "Armand Călinescu" Curtea de Argeş

3. Se consideră cubul $ABCDA'B'C'D'$ în care $AD'\cap A'D=\{O\}$ şi punctul M este mijlocul muchiei AB. i) Demonstrați că:

a) $MO\|(DBB')$;

b) $MO\perp(A'C'D)$

Subiect selectat de prof. Argentina Dobrescu şi prof. Tică Vasile, Câmpulung

4. Fie paralelogramul *ABCD*. Se construiesc $AM || CN$, *M* şi $N\notin(ABC)$, de aceeaşi parte a planului (*ABC*), astfel încât $AM=\frac{1}{4}CN$.

a) Arătați că planele (*NAB*) şi (*CDM*) nu sunt paralele.

b) Dacă $(ABN)\cap(CDM)=d$, $BN\cap d=\{P\}$, $MD\cap d=\{Q\}$ şi *AB* = 20 cm, calculați *PQ*.

prof. Rădulescu Mariana, Şc. "Liviu Rebreanu" Mioveni

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.