



## Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galați

13 februarie 2010

Clasa a V-a

**Problema 1.** Se consideră numerele naturale  $a, b, c$  care verifică egalitățile:

$$a \cdot c + b \cdot c = a \cdot b + b^2 \text{ și } a + b = 2010.$$

- Să se compare numerele  $b$  și  $c$ ;
- Să se calculeze  $2 \cdot a + b + c$ ;
- Să se calculeze  $(a^2 + a \cdot b + b^2) \cdot (b^2 - c^2) \cdot (c^2 + a^2)$ .

**Gusta Constanța, profesor, Galați**

**Problema 2.** Să se determine numerele naturale mai mici decât 5000, care au ultima cifră 7 și sunt de forma  $7^m + 6^n$ , unde  $m, n$  sunt numere naturale.

**Guiță Visilina, profesor, Galați**

**Problema 3.** Se consideră numerele naturale  $m = 2009^2 + 2009$  și

$n =$  suma tuturor numerelor de forma  $\overline{200c}^{2010}$ , unde  $c$  este o cifră din sistemul de numerație zecimal.

- Să se demonstreze că numerele  $m$  și  $n$  se divid cu 5;
- Să se determine cel mai mare număr natural  $k$  astfel încât numărul  $m$  să se dividă cu  $7^k$ ;
- Să se determine câtul și restul împărțirii numărului  $m$  la numărul 2747.

**Duma Vasile, profesor, Galați**

**Problema 4.**

- Să se determine ultimele două cifre ale produsului  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13$ .
- Notăm  $a = 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2009 \cdot 2010$ .

Să se demonstreze că numărul  $a + 2$  nu este pătrat perfect.

**Romeo Zamfir, profesor, Galați**

**Notă.** Toate subiectele sunt obligatorii.  
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.  
Timp de lucru 3 ore.