Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

13 februarie 2010

Clasa a VII-a

Problema 1. Ştiind că numărul raţional $\mathrm{r}=\overline{0,abc(d)}+\overline{0,bad(c)}+\overline{0,cda(b)}+\overline{0,dcb(a)}$ este fracţie zecimală finită, să se demonstreze că $\mathrm{r}\in\mathbb{N}$.

Viorica Bujor, profesor, Galaţi

Problema 2. Câte numere naturale de forma $A=\dfrac{7\cdot n+4}{5\cdot n+3}+\dfrac{13\cdot m+8}{5\cdot m+3},\ m,n\in\mathbb{N}^*$, există?

Petre Bătrâneţu, profesor, Galaţi

Problema 3. Să se compare numerele:

$$A=\frac{1}{502}+\frac{1}{503}+....+\frac{1}{1002}+\frac{1}{1003} \quad \text{şi} \quad B=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+....+\frac{1}{2005}-\frac{1}{2006}.$$

Romeo Zamfir, profesor, Galaţi

Problema 4.

a) În exteriorul triunghiului $\triangle ABD$ se construiesc:

$AE\perp AB,\ [AE]\equiv[AB],\ AH\perp AD,\ [AH]\equiv[AD]$.

Fie $M\in[BE],\ [MB]\equiv[ME], N\in[DH], [DN]\equiv[NH],\ O\in[BD],\ [OB]\equiv[OD]$ şi $\mathrm{DE}\cap\mathrm{BH}=\{R\}$.

Să se demonstreze că: i) $BH\perp DE,\ [BH]\equiv[DE]$;

ii) $[OM]\equiv[ON]$ şi $OM\perp ON$;

b) Pe laturile paralelogramului ABCD se construiesc în exteriorul acestuia $AE\perp AB,\ [AE]\equiv[AB],\ CF\perp CB,\ [CF]\equiv[CB],\ \mathrm{CG}\perp\mathrm{CD},\ [CG]\equiv[CD]$ şi $AH\perp AD,\ [AH]\equiv[AD]$.

Dacă M, N, P, Q sunt mijloacele segmentelor $[BE]$, $[DH]$, $[DG]$ şi respectiv $[BF]$, să se demonstreze că patrulaterul $MNPQ$ este pătrat.

Petre Bătrâneţu, profesor, Galaţi

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.
Timp de lucru 3 ore.