MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN TIMIŞ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 13.02.2010

SUBIECTE- clasa a V-a:

I. Comparați numerele: $a = (8^5 + 25^3 - 7^{35} : 7^{20}) : (2^{15} - 7^{15} + 5^6) \cdot 3^{26}$ şi
$b = 2^{101} : [(5^{171} : 5^{170} - 3)^{98} + 2^{105} : (2^3 \cdot 2^4) + (2^{11})^9] \cdot 2^{38}$.

II. Un număr natural se termină în 0 şi se micşorează cu 72504 dacă îi ştergem ultima cifră. Aflați numărul si explicați cum l-ați găsit.

III. Broscuțele Speedy, Oac şi Froggy participă la o cursă pe axa numerelor. Ele sunt aşezate inițial, în această ordine, pe pozițiile corespunzatoare numerelor 0, 1, respectiv 2 şi sar respectând următoarea regulă: *ultima broscuță sare peste cele din fața ei, facând un salt de lungime egală cu dublul distanței dintre ea şi prima broscuță*. Astfel, prima sare broscuța Speedy, care aterizează pe poziția 4, deci după prima săritură broscuțele vor fi pe axa numerelor pe pozițiile 1, 2, 4. După cea de-a doua săritură broscuțele vor fi pe pozițiile 2, 4, 7 şi aşa mai departe.

a) Care sunt pozițiile ocupate de broscuțe după 6 sărituri?
b) Ştiind că la un moment dat cele trei broscuțe se află pe pozițiile 986, 1596, 2583, stabiliți (justificând răspunsul) care broscuță se află în acel moment pe primul loc.

(Prelucrare după UCT Math. Competition 2009)

IV. La o reuniune la care au participat 148 de elevi (băieți şi fete), băieții au adus flori pentru a le oferi fetelor: primul băiat a adus 5 flori, al doilea 6 flori, al treilea 7 flori şi aşa mai departe, până la ultimul, care a adus un număr de flori egal cu numărul fetelor.

a) Câți băieți şi câte fete au participat la reuniune?
b) Arătați că numărul total al florilor aduse de băieți este pătrat perfect.

(Prelucrare după Gazeta Matematică 2009)

Probleme selectate de prof. Maria Miheț, Şcoala cu cls. I-VIII nr. 24 Timişoara
Vizat, prof. Petria-Elena Boldea, inspector şcolar de specialitate - I.S.J. Timiş

succes!

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10 puncte.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 13.02.2010

SUBIECTE-clasa a VI-a:

I. **a)** Fie p un număr prim mai mare decât 6. Aflați ultima cifră a lui p^4.
b) Aflați numerele prime p şi q ştiind că $p^4 + q^4 = 29186$.

G.M.10/2009

II. Să se afle numerele naturale a şi b ştiind că $[a,b] - (a,b) = 34$.

R.M.T.

III. Fie segmentul A_1A_2 de lungime 1. Segmentul A_2A_3 are lungimea $\frac{3}{10}$ din A_1A_2, segmentul A_3A_4 are lungimea $\frac{3}{10}$ din A_2A_3 şi aşa mai departe. Să se arate că:

$$A_1A_2 + A_2A_3 + A_3A_4 + \ldots + A_nA_{n+1} < \frac{10}{7}.$$

Prelucrare Luminița Popescu

IV. În triunghiul ABC cu $m(\angle A)=90^0$ şi $[AB] \equiv [AC]$ se consideră punctele $M \in (BC)$, $N \in (AB)$ şi $Q \in (AC$ astfel încât $[AB] \equiv [BM]$, $[CM] \equiv [BN]$ şi $[BC] \equiv [AQ]$.
Demonstrați că:

a) Triunghiul AMN este isoscel.
b) Punctele N,M,Q sunt coliniare

Prelucrare Luminița Popescu

Probleme selectate de prof.Lumința Popescu, Şcoala cu cls. I-VIII nr.6 Timişoara
Vizat, prof. Petria-Elena Boldea, inspector şcolar de specialitate - I.S.J. Timiş

SUCCES!

NOTĂ:
1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se puncteaza de la 1 la 10 puncte.

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN TIMIŞ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 13.02.2010

<u>SUBIECTE–CLASA a VII-a</u>

I. a) Arătați că $a = \sqrt{19^{n+1} + 74^{n+1}}$ este irațional oricare ar fi $n \in \mathbf{N}$.

Nicolița Scripniciuc

b) Arătați că dacă $x, y \in \mathbf{R^*}$ astfel încât $5x^3 + 2x^2y = 2y^3 + 5xy^2$, atunci $\frac{3x+4y}{4x+3y} \in \mathbf{Z}$.

G.M./2009

II. a) Să se determine numerele naturale a, b, c, d astfel încât numerele $\frac{a}{b+c+d}, \frac{b}{c+d+a}, \frac{c}{d+a+b}, \frac{d}{a+b+c}$ să fie naturale.

R.M.T.

b). Arătați că:

$$\sqrt{2009 \cdot 2010 + \sqrt{2009 \cdot 2010 + \sqrt{2009 \cdot 2010}}} < 2010.$$

Nicolița Scripniciuc

III. În triungiul ABC, punctele M şi N sunt mijloacele laturilor (AB) respectiv (AC), iar E şi F sunt mijloacele segmentelor (AM) respectiv (AN). Fie R $\in$ (BF astfel încât $\frac{RF}{FB} = \frac{1}{3}$, $F \in (BR)$, $Q \in$ (CE astfel încât $\frac{QE}{EC} = \frac{1}{3}$, $E \in (CQ)$, $\{D\} = MN \cap BR$, $\{H\} = MN \cap CQ$.

a) Demonstrați că punctele Q, A şi R sunt coliniare.
b) Arătați că D este simetricul lui R față de F, iar (BR) şi (CQ) au miloacele pe MN.

Mihai Ciobanu – Exerciții şi probleme de matematică

IV. Fie MATR trapez cu $MA \parallel RT$ şi diagonalele perpendiculare.

a) Arătați că $MA+RT < RM+AT$.
b) Dacă în plus (RA este bisectoarea unghiului MRT, demonstrați că MATR este romb.

Nicolița Scripniciuc

Probleme selectate de profesor Nicolița Scripniciuc, Colegiul Național Bănățean Timişoara
Vizat, prof. Petria-Elena Boldea, inspector şcolar de specialitate - I.S.J. Timiş

succes!

NOTĂ:
1)Timpul de lucru este de 3 ore.
2)Toate subiectele sunt obligatorii.
3)Fiecare subiect se puncteaza de la 1 la 10.

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ȘI SPORTULUI
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN TIMIȘ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 13.02.2010

SUBIECTE- clasa a VIII-a:

I. a) Fie $n=[\sqrt{1\cdot 2}]+[\sqrt{2\cdot 3}]+[\sqrt{3\cdot 4}]+\ldots+[\sqrt{2009\cdot 2010}]$ și $A=\left\{x\in \mathbf{Z}\,\middle|\,\frac{2\sqrt{11+6\sqrt{2}}}{(3x+2)(3+\sqrt{2})}\in \mathbf{Z}\right\}$, unde [x] notează partea întreagă a numărului real x . Să se compare numerele n^m și m^n dacă m = numărul de elemente ale mulțimii A.

b) Determinați numărul natural n pentru care 6n+7 și 9n+1 sunt pătrate perfecte consecutive.

R.M.T.

II. a) Să se arate că:

$$\sqrt{20+\sqrt{20+\sqrt{20+\sqrt{20}}}}+\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30}}}}<11$$

Ioan Miclea

b) Numerele reale x și y verifică relația x + 2y = 5. Aflați valoarea minimă a expresiei $E(x,y)=x^2+y^2$.

Prelucrare G.M.

III. Fie M un punct exterior planului patrulaterului convex ABCD. Dacă G_1 și G_2 sunt respectiv centrele de greutate ale triunghiurilor ABC și BCD iar $d=(MAD)\cap(MG_1G_2)$, să se arate:

a) $G_1G_2 \parallel AD$
b) d ∥ (ABC)

IV. Fie ABCDA'B'CD' – paralelipiped dreptunghic cu AB = a, BC = b și AA' = c.

a) Să se calculeze în funcție de a, b, c distanța de la B la planul (AB'C)
b) Fie O_1, O_2, O_3 centrele fețelor DCCD', BCC'B' și ABCD. Să se arate că $[A'O_1]\equiv[DO_2]\equiv[C'O_3]$ dacă și numai dacă $BD'=\sqrt{ab+bc+ca}$.

Prelucrare Ioan Miclea

Probleme selectate de profesor Miclea Ioan, Școala de Arte Frumoase "Filaret Barbu" Lugoj
Vizat, prof. Petria-Elena Boldea, inspector școlar de specialitate - I.S.J. Timiș

succes!

NOTĂ:

4. Toate subiectele sunt obligatorii.
5. Timpul de lucru este de trei ore.
6. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10 puncte.