



Concursul Județean de Matematică ALPHA MATH

Ediția a VI-a, 20 Mai 2017

Clasa a V – a

Subiectul I. (7 puncte)

Determinați trei numere naturale consecutive care au media aritmetică 35. Precizați care dintre aceste numere sunt divizibile cu 2.

Subiectul II. (7 puncte)

Să se afle suma $x + y$, dacă x este pătrat perfect, $x < y$ și y verifică ecuația:

$$y + 108 = 5^3 + 4^4 : 2^3 .$$

Subiectul III. (7 puncte)

Diferența a două numere naturale este 286. Împărțind numărul mai mare la numărul mai mic obținem câtul 15 și restul 6. Determinați cele două numere.

Subiectul IV. (7 puncte)

Aflați soluția naturală a ecuației $2^{x+2} + 2^{x+1} - 2^x = 160$.

Notă:

1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte. Timpul efectiv de lucru este 2 ore.
2. Rezultatele vor fi afișate la avizierul unității școlare, pe site-ul www.basarabmatei.ro , pe site-ul www.isjbraila.ro și pe site-ul ssmrbraila.weebly.com .

Soluții și bareme orientative

Subiectul I.

Soluție: $x, x + 1, x + 2 = \text{nr. nat. consecutive}$ 1p
 $m_a = (x + x + 1 + x + 2) : 3$ 1p
 $3x = 102$ 2p
 $\text{nr. căutate sunt: } 34, 35, 36$ 2p
 $\text{numerele divizibile cu 2 sunt } 34; 36$ 1p

Subiectul II.

Soluție: $y + 108 = 125 + 32$ 2p
 $y = 157 - 108$ 1p
 $y = 49$
 $x < 49 \Rightarrow x \in \{0, 1, 4, 9, 16, 25, 36\}$ 2p
 $x + y \in \{49, 50, 53, 58, 65, 74, 85\}$ 2p

Subiectul III.

Soluție: $a - b = 286$ 1p
 $a = 15b + 6$ 2p
 $b = 20$ 2p
 $a = 306$ 2p

Subiectul IV.

Soluție : $2^x \cdot (4 + 2 - 1) = 160$ 3p
 $2^x = 32 = 2^5$ 3p
 $x = 5$ 1p



Concursul Județean de Matematică ALPHA MATH

Ediția a VI-a, 20 Mai 2017

Clasa a VI – a

Subiectul I. (7 puncte)

Determinați cel mai mic număr natural care împărțit pe rând la 5 și 7 dă resturile 2 și respectiv 4.

Subiectul II. (7 puncte)

Măsurile unghiurilor triunghiului ABC sunt invers proporționale cu numerele 1; 3 și 6. Biseectoarea unghiului B intersectează latura opusă în D . Se prelungește segmentul BD cu DE egal cu BD . Calculați unghiurile triunghiului ABC și arătați că triunghiul EDC este isoscel.

Subiectul III. (7 puncte)

Știind că $\frac{2x+5y}{5y} = \frac{13}{10}$, $y \neq 0$, arătați că numerele x și y sunt direct proporționale cu numerele 3 și 4.

Subiectul IV. (7 puncte)

În triunghiul ascuțitunghic ABC , $AB < AC$, fie $AD \perp BC$, $D \in (BC)$. Pe semidreapta (AD) alegem punctele P și Q astfel încât $DP = BD$, $DQ = CD$, $D \in (AP)$ și $P \in (DQ)$. Demonstrați că dreptele CP și BQ sunt perpendiculare.

Daniela și Nicolae Stănică, Brăila

Notă:

1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte. Timpul efectiv de lucru este 2 ore.

2. Rezultatele vor fi afișate la avizierul unității școlare, pe site-ul www.basarabmatei.ro, pe site-ul www.isjbraila.ro și pe site-ul ssmrbraila.weebly.com.

Soluții și bareme orientative

Subiectul I.

Soluție: $n = 5x + 2, n = 7y + 4$ 2p

$$n + 3 = 5 \cdot (x + 1), n + 3 = 7 \cdot (y + 1) \dots\dots\dots 3p$$

$$n + 3 = [5; 7] \Rightarrow n = 32 \dots\dots\dots 2p$$

Subiectul II.

$$\text{Soluție: } \frac{m(\angle A)}{1} = \frac{m(\angle B)}{\frac{1}{3}} = \frac{m(\angle C)}{\frac{1}{6}} = 120^\circ \dots\dots\dots 2p$$

$$m(\angle A) = 120^\circ, m(\angle B) = 40^\circ, m(\angle C) = 20^\circ \dots\dots\dots 3p$$

$$\Delta BDC \text{ este isoscel} \Rightarrow BD = DC \Rightarrow DC = DE \Rightarrow \Delta DEC \text{ isoscel} \dots\dots\dots 2p$$

Subiectul III.

$$\text{Soluție: } \frac{2x+5y}{5y} = \frac{13}{10} \Leftrightarrow 10(2x+5y) = 13 \cdot 5y \dots\dots\dots 2p$$

$$20x + 50y = 65y \Leftrightarrow 4x = 3y \dots\dots\dots 3p$$

$$\{x, y\} \text{ d. p. } \{3, 4\} \dots\dots\dots 2p$$

Subiectul IV.

Daniela și Nicolae Stănică, Brăila

Soluție:

$$\text{Triunghiul } BDP \text{ este dreptunghic isoscel} \Rightarrow m(\angle DBP) = 45^\circ \text{ (1)} \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Triunghiul } CDQ \text{ este dreptunghic isoscel} \Rightarrow m(\angle DCQ) = 45^\circ \text{ (2)} \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Din (1) și (2) obținem } BP \perp CQ \dots\dots\dots 1p$$

$$P \text{ este ortocentrul triunghiului } BCQ, \text{ deci } CP \perp BQ \dots\dots\dots 2p$$



Concursul Județean de Matematică ALPHA MATH

Ediția a VI-a, 20 Mai 2017

Clasa a VII – a

Subiectul I. (7 puncte)

Calculați media geometrică a numerelor $a = \left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^{-1} \cdot (\sqrt{54} - \sqrt{24})$ și $b = \sqrt{20^2 - 16^2}$.

Subiectul II. (7 puncte)

Trapezul $ABCD$ are $AB \parallel CD$, $AB = 42$ cm, $CD = 28$ cm iar $E \in (AD)$ astfel încât $\frac{AE}{ED} = \frac{2}{5}$. Dacă $EF \parallel AB$, $F \in (BC)$, calculați lungimea segmentului EF .

Subiectul III. (7 puncte)

Determinați numărul natural de forma $\overline{abc}$ știind că $\sqrt{a} + \sqrt{ab} + \sqrt{abc} = \overline{ab} + 2$.

Daniela și Nicolae Stănică, Brăila

Subiectul IV. (7 puncte)

Catetele triunghiului dreptunghic ABC sunt $AB = 12$ cm și $AC = 9$ cm. Bisectoarea unghiului B intersectează latura AC în M , iar perpendiculara în M pe BM intersectează pe AB în N . Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC și lungimea segmentului AN .

Notă:

1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte. Timpul efectiv de lucru este 2 ore.

2. Rezultatele vor fi afișate la avizierul unității școlare, pe site-ul www.basarabmatei.ro, pe site-ul www.isjbraila.ro și pe site-ul ssmrbraila.weebly.com.

Soluții și bareme orientative

Subiectul I.

Soluție: $a = \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot (3\sqrt{6} - 2\sqrt{6})$ 3 p;

$a = \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot \sqrt{6}$ 1p;

$a = 3$ 1p;

$b = \sqrt{4 \cdot 36} = 12$ 1p;

$m_g = \sqrt{3 \cdot 12} = 6$ 1p.

Subiectul II.

Soluție: $\left. \begin{array}{l} \text{Construim } CN \parallel AD \\ CD \cap EF = \{M\} \end{array} \right\} \Rightarrow CD = EM = AN = 28 \text{ cm} \Rightarrow NB = 14 \text{ cm}$ 2p;

$MF \parallel NB \Rightarrow \frac{CM}{CN} = \frac{CF}{CB} = \frac{MF}{NB}$ 2p;

$\frac{5}{7} = \frac{MF}{14} \Rightarrow MF = 10 \text{ cm}; EF = 38 \text{ cm}$ 3p.

Subiectul III.

Soluție:

$a, \overline{ab}, \overline{abc}$ pătrate perfecte.....3p

După studierea cazurilor, obținem $a=1, b=6, c=9$4p

Subiectul IV.

Soluție: $\triangle ABC (t. \text{ Pitagora}) \Rightarrow BC = 15 \text{ cm}$ 2p;

$P_{\triangle ABC} = 36 \text{ cm}$ 1p;

$\triangle ABC (t. \text{ bisectoarei})$:

$\frac{BC}{BA} = \frac{MC}{MA} \Rightarrow AM = 4 \text{ cm}$ 2p;

$\triangle BMN \text{ dr. } (t. \text{ înălțimii})$

$MA^2 = NA \cdot AB \Rightarrow NA = \frac{4}{3} \text{ cm}$ 2p.



Concursul Județean de Matematică ALPHA MATH
Ediția a VI-a, 20 Mai 2017
Clasa a VIII – a

Subiectul I. (7 puncte)

Arătați că $E(x) = \left(1 + \frac{2-x}{x+1}\right) : \frac{x-1}{(2x+1)^2 - (x+2)^2} = 9$, unde x este un număr real, $x \neq 1$ și $x \neq -1$.

Subiectul II. (7 puncte)

Calculați media geometrică a numerelor $x = \frac{1}{4} \cdot \left(3 - \frac{4}{\sqrt{2}}\right)$ și $y = \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$.

Subiectul III. (7 puncte)

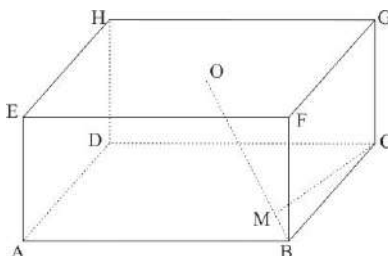
Fie $SABCD$ o piramidă patrulateră regulată în care $AB = 6\sqrt{2} \text{ cm}$, $SA = 3\sqrt{6} \text{ cm}$, O centrul bazei și M proiecția lui O pe SC .

- Determinați lungimea segmentului $[OM]$;
- Calculați unghiul dintre planele (SBC) și (SCD)

Subiectul IV. (7 puncte)

În figura de mai jos este reprezentată schematic o cutie de carton cu capac, în formă de prismă dreaptă $ABCDEFGH$ cu baza $ABCD$ pătrat, $AB=20 \text{ cm}$, $AE=10 \text{ cm}$. Punctul O este mijlocul segmentului EG și punctul M este situat pe BO astfel încât distanța CM să fie minimă.

Arătați că $CM = \frac{20\sqrt{6}}{3} \text{ cm}$.



Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte. Timpul efectiv de lucru este 2 ore.
- Rezultatele vor fi afișate la avizierul unității școlare, pe site-ul www.basarabmatei.ro, pe site-ul www.isjbraila.ro și pe site-ul ssmrbraila.weebly.com.

Clasa a VIII – a
Soluții și bareme orientative

Subiectul I.

Soluție: $1 + \frac{2-x}{x+1} = \frac{3}{x+1}$ 2p;

$\frac{x-1}{(2x+1)^2 - (x+2)^2} = \frac{1}{3(x+1)}$ 3p;

$E(x) = 9$ 2p;

Subiectul II.

Soluție: $x = \frac{1}{4} \cdot \left(3 - \frac{4}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2(3-2\sqrt{2})}{2} = \frac{3-2\sqrt{2}}{4}$ 3p;

$y = \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = 3 + 2\sqrt{2}$ 2p;

$m_g = \sqrt{\frac{3-2\sqrt{2}}{4} \cdot (3 + 2\sqrt{2})} = \frac{1}{2}$ 2p;

Subiectul III.

Soluție: a) ΔSOC dr., $OM \perp SC \Rightarrow OM$ înălțime în $\Delta SOC \Rightarrow OM = 2\sqrt{3}$ cm 3p

b) $SC \perp (BDM)$ 1p;

$\angle((SBC), (SCD)) = \angle BMD$ 1p

ΔBMD isoscel, $MO \perp DB \Rightarrow tg(\angle OMB) = \sqrt{3}$ 1p

$m(\angle OMB) = 60^\circ \Rightarrow m(\angle BMD) = 120^\circ$ 1p

Subiectul IV.

Soluție:

$CM \perp BO \Rightarrow CM \cdot BO = d(O, BC) \cdot BC$ 3p

$BO = 10\sqrt{3}$ cm și $d(O, BC) = 10\sqrt{2} \Rightarrow CM = \frac{20\sqrt{6}}{3}$ cm 4p