



## Olimpiada Națională de Matematică

### Etapa JUDEȚEANĂ ,BARAJ Iași, 5 mai 2010

#### CLASA A VI-A

1. O mulțime  $M$  de numere naturale are proprietatea  $(P)$ : „dacă pentru orice  $x \in M$  avem:

$$(x-4) \in M \text{ sau } \frac{x}{4} \in M \text{ ”.}$$

Arătați că:

- există mulțimi cu cinci elemente care au proprietatea  $(P)$  (să se dea un exemplu);
- dacă  $M$  are proprietatea  $(P)$ , atunci  $9 \notin M$ ;
- dacă  $M$  are proprietatea  $(P)$  și  $16 \in M$ , atunci  $0 \in M$ .

2. Determinați cele mai mici numere naturale consecutive  $a < b < c < d$  știind că:  $8|a$ ,  $7|b$ ,  $6|c$ ,  $5|d$ .

3. Se consideră triunghiul  $ABC$  cu  $m(\hat{B}) = 45^\circ$ ,  $AD \perp BC$  și  $CE \perp AB$ ;  $D \in BC$ ,  $E \in AB$ .

Dacă  $F$  este mijlocul laturii  $[AC]$ , arătați că:

- $FE = FD$ ;
- $FE \perp FD$ .

4. Se consideră un triunghi  $ABC$  în care  $AB = 6$ ,  $AC = 7$ ,  $BC = 9$  și se notează cu  $M$  și  $N$  picioarele perpendicularelor duse din punctul  $A$  pe bisectoarele interioare ale unghiurilor  $\hat{B}$ , respectiv  $\hat{C}$ .

Calculați lungimea segmentului  $[MN]$ .

**Notă: Fiecare subiect primește de la 0 la 7 puncte. Timpul de lucru este de 180 minute.**