INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN BIHOR **ETAPA LOCALĂ**
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ **12.02.2011**

Clasa a **V**- a

SUBIECTUL I

1. **Demonstrati ca numarul** 17^n, $n \in \mathbb{N}^*$ **se poate scrie ca suma a trei patrate perfecte nenule.**

2. **Determinati numerele naturale x,y,z,stiind ca :** $2^{3x+3} + 2^{2y+2} + 2^{z+1} = 832$ **RMT**

SUBIECTUL II

Sa se determine cifrele consecutive *a, b* scrise in baza 10, stiind ca : $\overline{ab5} = 5^{a+b}$ **G.M**

SUBIECTUL III

Daca $a_1 = 2^3 - 2^2 - 2^1$, $a_2 = 2^4 - 2^3 - 2^2$,……, $a_{10} = 2^{12} - 2^{11} - 2^{10}$

Aratati ca :

1. $a_1 < a_2 < a_3 < ... < a_{10}$

2. $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{10} = 2(2^{10} - 1)$ **RMT**

SUBIECTUL IV

Se dau mulțimile:

A={ x$\in N$ | 7^x **= 1 sau** 7^x **= 2401}** **B={ y**$\in N$ **| y = U**(x^2)**, x**$\in N$**}**

C={ z$\in N$ | 2011^{z^2+z} **este pătrat perfect** }, **(s-a notat cu U(a) ultima cifră a lui a) .**

Stabiliți care afirmație este adevărată:

a)$A \cup B \subset C$, **b)**$(A \cap B) \cup N^* = C$ **G.M**

-Clasa a VI-a-

1.) Calculați valoarea lui x din:

$$\frac{1+2+3+\cdots+2010}{2010-2009+2008-2007+\cdots+4-3+2-1} = \frac{x}{\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{2010\cdot 2011}}$$

2.) a) Cercetați dacă numărul:

$$A = \frac{17}{15} + \frac{1717}{1515} + \cdots + \frac{1717\ldots17}{1515\ldots15} \text{ (15 termeni) este număr natural.}$$

b) Simplificați fracția: $\dfrac{2^n \cdot 3^{n+1} + 2^{n+2} \cdot 3^n}{3^n \cdot 5^{n+1} + 3^{n+2} \cdot 5^n}$ c) Arătați că fracția $\dfrac{2n+5}{3n+7}$ este ireductibilă.

3.) Măsurile unghiurilor formate în jurul unui punct O sunt exprimate prin puteri ale numărului 5. Aflați numărul minim de unghiuri în condițiile date.(GM 10/2010)

4.) Unghiurile AOB şi BOC sunt adiacente. Bisectoarea unghiului AOB formează cu semidreapta [OC un unghi de 100^0, iar unghiul format de bisectoarele unghiurilor AOB şi BOC are măsura de 70^0.

a) Calculați măsurile unghiurilor AOC, AOB şi BOC.

b) Cercetați dacă unghiurile AOP şi BOC sunt congruente, unde [OP este opusă bisectoarei unghiului BOC.