

CLASA a VII-a

1. Calculați $x \in \mathbf{R}$ din:

$$\text{a) } \frac{\sqrt{102,01+x}}{2x} = \frac{7,1}{\sqrt{2^8 - \sqrt{100^2 - 80^2}}}. \quad \text{b) } \frac{\sqrt{2} + \sqrt{15} + \sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{6} + \sqrt{21}}{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{7}} - x = 1$$

2. Fie triunghiul ABC în care [AO] este mediană, G centrul de greutate al triunghiului ABC, iar $GD \parallel AB$ și $GE \parallel AC$, unde D și E sunt pe latura BC.

- a) Dacă H este simetricul punctului G față de O, arătați că GDHE este paralelogram;
b) Dacă $\{M\} = DG \cap AE$ și $\{N\} = DG \cap BH$, arătați că $MN = 2 DG$.

3. Demonstrați că:

a) $\sqrt{A^{2011} - 2011^A} \notin \mathbf{Q}$, unde $A = (2+4+6+\dots+84) \cdot \left(\frac{2}{7 \cdot 9} + \frac{2}{9 \cdot 11} + \dots + \frac{2}{19 \cdot 21}\right)$;

b) $\sqrt{\frac{2011^B - B^{2011}}{2010}} \in \mathbf{Q}$, unde $B = \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \sqrt{6-4\sqrt{2}}$.

4. În triunghiul ascuțitunghic ABC, $AB < AC$, fie $AD \perp BC$, $D \in (BC)$. Pe semidreapta (AD), dincolo de D, se iau punctele P și Q astfel încât $DP = BD$, $DQ = CD$.

Demonstrați că $CP \perp BQ$.

G. M. nr. 11/2010

Clasa a VIII a

1) Aflați numerele reale a,b,c știind ca $[a,b] \cap \mathbf{Z} = \{a,b,c\}$ și ca $a^2+b^2-2b-a=3$.

2) Fie numerele naturale x,y,z astfel incat $y+z \neq 0$. Știind ca $\frac{x\sqrt{5} + y\sqrt{7}}{y\sqrt{5} + z\sqrt{7}} \in \mathbf{Q}$, aflați restul împaririi numărului $x^2+y^2+z^2$ la $x+y+z$.

3) Fie triunghiul isoscel ABC, $AB=AC=13$ cm, $BC=10$ cm și $AM \perp (ABC)$ cu $AM=12\sqrt{3}$ cm. Se cere :

- a) distanța de la M la BC ;
b) distanța de la A la (MCB) ;
c) măsura unghiului diedru format de planele (ABC) și (MBC).

4) Se consideră pătratul ABCD și punctul S exterior planului său așa încât $SA=SB=SC=SD$. Dacă $AB=12$ cm, $AP \perp CS$, $P \in (SC)$ și $AP=SO$, unde O este centrul pătratului, se cere:

- a) Măsura unghiului format de dreptele SC și BD;
b) Distanța de la punctul A la planul (BPD);
c) Distanța de la punctul B la dreapta de intersecție a planelor (BPD) și (ADS).