OLIMPIADA DE MATEMATICA
Faza locala
Brasov, 22 ianuarie 2011

Clasa a V-a

1.a) Aratati ca numarul $2011 \cdot 2010 + 2011$ e patrat perfect.
b) Aflati restul impartirii numarului 2011^2 la 2010.
c) Aratati ca suma primelor 2011 numere naturale impare este egala cu 2011^2.
d) Scrieti numarul 2011^2 ca o suma de 2011 numere naturale consecutive.

Prof. Dorina Zaharia

2. Se împarte numărul natural a la numărul natural b şi se obţine câtul 7 şi restul 13.
a) Să se arate că 3a – 21b – 23 este un pătrat perfect.
b) Să se determine a şi b dacă 3a – 2b $\leq$ 305.
Prof. Aurel Aldea

3. Determinaţi toate numerele de forma $\overline{abba}$ cu a,b numere prime, astfel încât :
$\overline{abba} + a^b + b^a + 1$ să fie un număr par .
Prof. Emanuel Munteanu

Clasa a VI-a

1. a) Daca $2^a \cdot 2^b = 2^{2011}, a, b \in N^*$ si stiind ca 2011 e un numar prim aratati ca a si b sunt numere prime intre ele.
b) Daca $2^{2011} = 2^{a_1} + 2^{a_2} + \dots + 2^{a_n}, a_1, a_2, \dots, a_n \in N^*, n \leq 2011$ atunci $a_1, a_2, \dots, a_n$ nu pot fi toate distincte.

Prof. Dorina Zaharia

2. Fie a,b,c trei numere naturale diferite între ele $a,b,c > 1$. Demonstraţi că dacă : $[a,b]^2 = [b,c] \cdot [a,c]$ si (a,b)=(a,c)=(b,c), atunci $a \cdot b$ este pătrat perfect.
Prof. Emanuel Munteanu

3. În interiorul unui unghi $\angle AOB$ cu măsura de $170°$, se construiesc 17 semidrepte distincte cu originea în O astfel încât cele 18 unghiuri formate au măsurile exprimate prin numere naturale nenule.
a) Demonstraţi că printre cele 18 unghiuri există cel puţin două unghiuri congruente.
b) Dacă exact 5 unghiuri sunt congruente, aflaţi valoarea maximă a măsurii lor.
Prof. Dorina Bocu