OLIMPIADA DE MATEMATICĂ BACAU
ETAPA LOCALĂ
24 IANUARIE 2009

**CLASA A V-A**

1. a) Aflați numerele de două cifre care împărțite la 4 dau câtul de o cifră şi restul trei.
   b) Fie şirul de numere naturale 3, 7, 11, 15, ...
      i) Verificați dacă 1231 şi 2009 sunt numere din şir.
      ii) Determinați al 100-lea termen al şirului.

2. Diferența a două numere este 3. Aflați numerele ştiind că unul dintre ele este cu 11 mai mic decât triplul celuilalt.

3. Să se determine numerele a, b, c ştiind că $5a + 3b = 57$, $a \cdot c = 72$, iar $b \cdot c = 108$.

4. Determinați numerele naturale a, b, c, d, e, f, g nenule, distincte, cele mai mici posibile, din pătratul alăturat, pentru a face un pătrat magic (suma numerelor pe linii, pe coloane şi pe diagonale să fie aceeaşi). Nici un număr nu trebuie să se repete în pătrat. Justificați fiecare alegere.

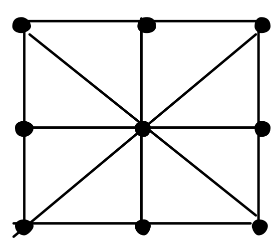
| | | | |
|---|---|---|---|
| a | 4 | 3 | b |
| 6 | 11 | c | 9 |
| d | 7 | 8 | e |
| 5 | f | g | 2 |

**CLASA A VI-A**

1. Să se determine numerele naturale prime a, b, c cu proprietatea:
   $287a + 82b + 14c = 2009$.

2. Arătați că rezultatul calculului $\frac{1,4 + 2,4 + 3,4 + ... + \overline{n,4}}{n} + \frac{1}{10} - \frac{n}{2}$ este număr natural, oricare ar fi $n \in N^*$.

3. Se consideră cele nouă puncte obținute prin intersecția dreptelor din figura de mai jos. Explicați cum putem desena, fără a ridica creionul de pe hârtie, o linie frântă formată din patru segmente care să conțină toate cele nouă puncte (punctele menționate nu sunt în mod obligatoriu capete ale segmentelor).



4. a) Desenați $\sphericalangle AOB$ cu măsura de $23^\circ$ şi apoi $\sphericalangle BOC$ cu măsura de cinci ori mai mare decât măsura $\sphericalangle AOB$.
   b) Pornind de la figura realizată la punctul a), desenați un unghi cu măsura de $16^\circ15'$, folosind numai rigla negradată şi compasul (precizați fiecare pas făcut în realizarea desenului).

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ BACAU
ETAPA LOCALĂ 24 IANUARIE 2009

**CLASA A VII-A**

1. Arătați că numărul $\sqrt{A}$ este natural, unde
$A=\sqrt{1}+\sqrt{1+3+5}+\sqrt{1+3+5+7+9}+...+\sqrt{1+3+5+7+...+2009}$.
Precizăm că sub fiecare radical este o sumă cu număr impar de termeni.

2. Să se verifice egalitatea:
$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...+\frac{1}{39}-\frac{1}{40}=\frac{1}{21}+\frac{1}{22}+...+\frac{1}{40}$$

3. Triunghiurile ABD, ABC și ACE nu au puncte interioare comune. Fie M$\in$(BA), N$\in$(CA) astfel încât MN$\parallel$BC. Construiți P$\in$(AD), Q$\in$(AE) astfel încât AP·NC = PD·AN și $\frac{AQ}{AE}+\frac{MB}{AB}=1$. Stabiliți poziția dreptelor PQ și DE.

4. Fie pătratul ABCD. Considerăm punctele M$\in$(BD), N$\in$(CD) și P$\in$(AB, astfel încât (DM)≡(DC), (BM)≡(DN) și (DB)≡(AP). Dacă MN∩AB={E}, să se demonstreze că EPCN este paralelogram.

**CLASA A VIII-A**

1. Determinați numerele a și b, distincte, știind că $[a,b]\cap Z=\{a,b\}$, iar $4b^2+9a^2-12b+6a-7=0$.

2. a) Suma numerelor a, b, c $\in R_+^*$ este 16. Arătați că:
$\sqrt{ab+ac}+\sqrt{ab+bc}+\sqrt{bc+ac}\le 24$.
b) Suma numerelor întregi a, b și c este pară. Dacă $b^2=(a+2)(c+2)$, arătați că a, b și c sunt numere pare.

3. Pe un cerc C(O, 6cm) se consideră punctele A, B, C, D, în această ordine, astfel încât măsurile arcelor AB, BC, CD și CDA să fie direct proporționale cu numerele 2, 4, 3, 6. În punctul A se ridică perpendiculara AE pe planul (ABC), AE = $2\sqrt{6}$ cm. Se cere:
   a) Aria patrulaterului ABCD
   b) Distanța de la punctul A la planul (BCE)
   c) Măsura unghiului format de planele (ABC) și (CDE).

4. Fie ABCD un romb cu m(∢ABC)=120°. În punctul P$\in$(AC) se ridică perpendiculara MP pe planul (ABC). Proiecțiile punctului M pe laturile (AB), (BC), (CD) și (DA) sunt punctele E,F,G și respectiv H.
   a) Demonstrați că EFGH este trapez isoscel
   b) Dacă d este dreapta de intersecție a planelor (MEH) și (MFG), arătați că dreptele d și AC sunt necoplanare.