

## RĂSPUNSURI

ISJ Maramureș

## Varianta 1

- I.**
1. A
  2. A
  3. F
  4. F
  5. F

- II.**
1. A
  2. A
  3. A
  4. B
  5. A

**III.**

1.  $A = (-\infty, 5] \quad B = [-3, 7].$

$$A \cup B = (-\infty, 7] \quad A \cap B = [-3, 5] \quad A \setminus B = [-3, 5].$$

2.  $MB = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 = MD.$

$$AC = 6\sqrt{2}.$$

$$MC = \sqrt{8^2 + (6\sqrt{2})^2} = \sqrt{64 + 72} = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}.$$

$$MO = \sqrt{8^2 + (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{64 + 18} = \sqrt{82}$$

$$S_{MAC} = \frac{C_1 \cdot C_2}{2} = \frac{8 \cdot 6\sqrt{2}}{2} = 24\sqrt{2}.$$

$$\frac{P}{100} \cdot 36 = 24\sqrt{2}.$$

$$P = \frac{2400\sqrt{2}}{36} = \frac{200}{3}\sqrt{2}.$$

3.  $x + \frac{1}{x} = 2 \Big| ^2 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 4.$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 2 \Big| ^2 \Rightarrow x^4 + \frac{1}{64} = 2.$$

## Varianta 2

- I.**
1. A
  2. A
  3. F
  4. F
  5. F

- II.**
1. B
  2. B
  3. C
  4. A
  5. B

**III.**

1.  $x = -1$ .

2.  $AE = 8\sqrt{2}$ .

$$BE^2 = 8^2 + (8\sqrt{2})^2 \quad BE = 8\sqrt{3}.$$

$$OO' - \text{linia mijlocie în triunghiul } BDF \Rightarrow OO' = \frac{1}{2} \cdot BF = \frac{1}{2} \cdot 8\sqrt{2} = 4\sqrt{2}.$$

$$\left. \begin{array}{l} DE \perp AD \\ DE \perp DC \end{array} \right\} \Rightarrow ED \perp BD \Rightarrow \triangle EDB \text{ dreptunghic} \Rightarrow$$

$$\text{aria} = \frac{C_1 \cdot C_2}{2} = \frac{DE \cdot BD}{2} = \frac{8 \cdot 8\sqrt{2}}{2} = 32\sqrt{2}.$$

$$A_{BCEF} = FE \cdot EC = 8 \cdot 8\sqrt{2} = 64\sqrt{2}.$$

3.  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2 = 0 \mid \cdot ab \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 0 \Leftrightarrow (a+b)^2 = 0 \Rightarrow a+b = 0$  și  $(a+b)^{2008} = 0$ .

## Varianta 3

- I.**
1. A
  2. F
  3. F
  4. F
  5. A

- II.**
1. A
  2. B
  3. C
  4. A
  5. A

**III.**

1. a)  $2 - 3\sqrt{6} + 2\sqrt{6} - 18 = -16 - \sqrt{6}$ .

b)  $\sqrt{5} - \sqrt{2} + 2\sqrt{5} - \sqrt{2} = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{2}$ .

2. a)  $OA = \frac{2 \cdot 1\sqrt{3}}{3 \cdot 2} = \frac{2 \cdot 12\sqrt{3}}{3 \cdot 2} = 4\sqrt{3}; \quad OA' = \frac{1 \cdot 1\sqrt{3}}{3 \cdot 2} = \frac{12\sqrt{3}}{6} = 2\sqrt{6}$

$$AM = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} = 8; \quad A'M = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 4^2} = 2\sqrt{7};$$

$$3. 5^{2n+3} \cdot 9^n - 25^n \cdot 3^{2n+3} = 5^{2n} \cdot 5^3 \cdot 3^{2n} - 5^{2n} \cdot 3^{2n} \cdot 3^3 = 5^{2n} \cdot 3^{2n} (5^3 - 3^3) = \\ = 5^{2n} \cdot 3^{2n} \cdot (125 - 27) = 5^{2n} \cdot 3^{2n} \cdot 98 = 5^{2n} \cdot 3^{2n} \cdot 7 \cdot 14 \Rightarrow N:7.$$

### Varianta 4

- I.**
1. F
  2. A
  3. A
  4. A
  5. F

- II.**
1. C
  2. C
  3. C
  4. A
  5. B

### III.

$$1. a) \frac{24^6}{18} = \frac{4}{3}; \quad b) \frac{x^2 + 5x + 4^{(x+1)}}{x^2 + 3x + 2} = \frac{x+4}{x+2}; \quad c) \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} = \frac{x-2}{x}.$$

$$2. BD = AC = 18\sqrt{2} \text{ înainte de \u00e2ndoire} \\ AC \cap BD = \{0\} \quad AO = OB = OC = OD = 4\sqrt{2}.$$

Dup\u0103 \u00e2ndoire

$$BO \perp (ACD)$$

$$BD^2 = BO^2 + OD^2 = (4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2 = 64$$

$$BD = 8.$$

$$3. E = 0$$

### Varianta 5

- I.**
1. A
  2. A
  3. F
  4. F
  5. A

- II.**
1. C
  2. A
  3. C
  4. C
  5. B

### III.

$$1. |x - 3| \leq 5 \Leftrightarrow -5 \leq x - 3 \leq 5 + 3 \\ -2 \leq x \leq 8.$$

$$x \in [-2, 8].$$

$$A = [-2, 8] \quad B = [-5, 6] \text{ cm} \quad L = 16 \text{ cm.}$$

$$A \cup B = [-5, 8]; \quad A \cap B = [-5, 6]; \quad A \setminus B = (6, 8].$$

2.  $\frac{DG_1}{DE} = \frac{DG_2}{DF} = \frac{2}{3} \Rightarrow G_1G_2 \parallel EF$ ,  $EF < (ABC) \Rightarrow G_1G_2 \parallel$  cu o dreaptă din plan,  
deci este  $\parallel$  cu planul.

$$G_1G_2 \parallel (ABC)$$

$EF$  linie mijlocie în triunghiul  $ABC \Rightarrow G_1G_2 \parallel AB$ .

3.  $\frac{3a+b}{2b-a} = \frac{11}{8} \Rightarrow 11 \cdot (2b-a) = 8 \cdot (3a+b)$

$$22b - 11a = 24a + 8b$$

$$22b - 8b = 24a + 11a$$

$$14b = 35a \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{14}{35}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$$

ISJ Satu-Mare

### Varianta 6

**I.** 1.  $[-1; 2]$

2. 0

3.  $45^\circ$

4. Triunghi echilateral

**II.** 5. b) 105

6. d)  $\frac{x+5}{x-5}$

7.  $6\sqrt{5}$  cm

8.  $8\sqrt{2}$  cm

### III.

9. a)  $x = y \Leftrightarrow x = -3x + 2 \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}; \quad M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

b)  $f\left(\frac{a+3}{2}\right) = 2a+1 \Leftrightarrow -3 \cdot \frac{a+3}{2} + 2 = 2a+1 \Leftrightarrow a = -1$

10. a)  $d = \sqrt{L^2 + \ell^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} \Rightarrow d = 5\sqrt{2}$  cm.

b)  $V = L \cdot \ell \cdot h = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$  cm<sup>3</sup>

## Varianta 7

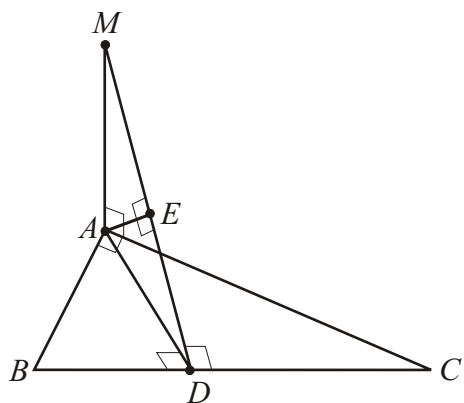
- I.
- |                 |                        |
|-----------------|------------------------|
| 1. $[-2; 3)$    | 6. $12(1+\sqrt{2})$ cm |
| 2. $(a+9)(a-1)$ | 7. 7                   |
| 3. 1            | 8. 25                  |
| 4. 1            | 9. Necoplanare         |
| 5. $a+1$        | 10. 6                  |

## III.

11. a)  $\frac{3x+11}{x+2} = \frac{3(x+2)+5}{x+2} = 3 + \frac{5}{x+2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x+2 \in \{\pm 1, \pm 5\} \Leftrightarrow x \in \{-7, -3, -1, 3\}$

b)  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt{6} - \sqrt{3} - \sqrt{2} = \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{2} = 0$

## 12.



a) Fie  $AD \perp BC, D \in (BC)$  }  $\overset{T_3 \perp}{\Rightarrow} MD \perp BC$  cm.  
 $MA \perp (ABC)$

Din  $\Delta ABC \Rightarrow BC = 12$  cm;  $AD = 3\sqrt{3}$  cm

Din T.P.  $\Delta MAD \Rightarrow m(\widehat{AMD}) = 90^\circ \Rightarrow MD = 6$  cm

b) Fie  $AE \perp MD, E \in (MD)$

$BC \perp AD$  și  $BC \perp MD \Rightarrow BC \perp (MAD)$ .

Cum  $AE \subset (MAD) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} BC \perp AE \\ \text{Dar } AE \perp MD \end{array} \right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow AE \perp (BC, MD = (MBC)) \Rightarrow$

$\Rightarrow AE = \frac{AM \cdot AD}{MD} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

## ISJ Hunedoara

## Varianta 8

1. a) 5; b) al doilea plan; c) 0; d) 6.
  2. C.
  3. D.
  4. B.
  5. B.
  6. F;A;A;F.
7. a)  $x \in R \setminus \{-4, 2\}$  (3p)
- b)  $E(x) = \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x-2} - \frac{3x}{(x-2)(x+4)} = -\frac{1}{x+4}$  (7p)
- c)  $n+4 = -1 \Rightarrow n = -5$  (5p)
8. Desenul (3p)
- a) Fie  $M$  mijlocul  $[BC]$ . Se obtine ca  $m(\widehat{A'MA}) = 60^\circ$   
 si  $\Delta A'M$  dreptunghic,  $m(\widehat{A'MA}) = 90^\circ$  (2p)  
 $AA' = 3cm \Rightarrow AM = \sqrt{3}cm$  si  $AB = BC = CA = 2cm$  (2p)
- b) Din a) obtinem  $A'M = 2\sqrt{3}cm$  (1p)  
 $\Delta A'AB$ :  $A'A = 3, AB = 2 \Rightarrow A'B = \sqrt{13}cm$  (1p)  
 Fie  $CN \perp A'B, N \in A'B$   
 $CN$  - inaltime in  $\Delta A'BC$  (1p)  
 $BC \cdot A'M = A'B \cdot CN$  (3p)
- $2 \cdot 2\sqrt{3} = \sqrt{13}CN \Rightarrow CN = 4\sqrt{\frac{3}{13}}cm$
- $d(C, A'B) = 4\sqrt{\frac{3}{13}}cm$  (2p)

## Varianta 9

## Partea I

I.1 – 6 puncte	I.2 – 6 puncte	I.3 – 6 puncte	I.4 – 6 puncte	I.5 – 6 puncte
116	10	5	$9\sqrt{3}$	60

## Partea a II – a

II.1 – 6 puncte	II.2 – 6 puncte	II.3 – 6 puncte	II.4 – 6 puncte
B.	A.	C.	B.

## Partea a III – a

1.

a.) aducerea rapoartelor la același numitor ... .. 2 puncte

finalizare:  $E(x) = -\frac{x-4}{x-1} = \frac{4-x}{x-1}$  ... .. 4 puncteb.)  $\frac{x-4}{x-1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow (x-1) \mid (x-4)$  ... .. 1 punct

utilizarea proprietăților divizibilității ... .. 3 puncte

finalizare:  $\begin{cases} x \in \{0;2;-2;4\} \\ x \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow x \in \{0;2;4\}$  ... .. 2 puncte

2.

a.) desenul ... .. 6 puncte

b.) încadrarea în triunghiul dreptunghic ... .. 1 punct

folosirea teoremei lui Pitagora ... .. 2 puncte

finalizare:  $d(M;C) = 2\sqrt{43}cm$  ... .. 3 puncte

c.) folosirea teoremei celor trei perpendiculare ... .. 3 puncte

finalizare:  $d(M;BD) = \sqrt{91}cm$  ... .. 3 puncte

d.) folosirea celor trei perpendiculare ... .. 3 puncte

finalizare:  $d(M;BC) = \sqrt{91}cm$  ... .. 3 puncte

## Varianta 10

## Partea I

I.1 – 6 puncte	I.2 – 6 puncte	I.3 – 6 puncte	I.4 – 6 puncte	I.5 – 6 puncte
12	$\sqrt{2}$	6	$45^0$	$(x-5)(x-6)$

## Partea a II – a

II.1 – 6 puncte	II.2 – 6 puncte	II.3 – 6 puncte	II.4 – 6 puncte
A.	C.	B.	B.

## Partea a III – a

1.

- a.) aducerea rapoartelor la același numitor ... .. 2 puncte  
 finalizare ... .. 4 puncte
- b.)  $E(0) = \frac{1}{2}$  ... .. 1 punct
- $\frac{2x+2}{x+2} = \frac{5}{2}$  ... .. 3 puncte  
 finalizare:  $S = \{-6\}$  ... .. 2 puncte

2.

- a.) desenul ... .. 6 puncte
- b.) încadrarea în triunghiul dreptunghic ... .. 1 punct  
 folosirea teoremei lui Pitagora ... .. 2 puncte  
 finalizare:  $d(M; C) = 2\sqrt{34}cm$  ... .. 3 puncte
- c.) folosirea teoremei celor trei perpendiculare ... .. 3 puncte  
 finalizare:  $d(M; BC) = 10cm$  ... .. 3 puncte
- d.) folosirea celor trei perpendiculare ... .. 3 puncte  
 finalizare:  $d(M; BD) = \sqrt{82}cm$  ... .. 3 puncte

## Varianta 11

## Partea I

I.1 – 6 puncte	I.2 – 6 puncte	I.3 – 6 puncte	I.4 – 6 puncte	I.5 – 6 puncte
4	0	$3\sqrt{2}$	$(x+6)(x+7)$	$17\sqrt{10}cm$

## Partea a II – a

II.1 – 6 puncte	II.2 – 6 puncte	II.3 – 6 puncte	II.4 – 6 puncte
C.	B.	C.	C.

## Partea a III – a

1.

a.) folosirea formulelor de calcul prescurtat ... .. 2 puncte

$$\begin{cases} x - 2y = 6 \\ 3x + 2y = 50 \end{cases} \dots \dots \dots \dots \dots \dots 2 \text{ puncte}$$

finalizare:  $S = \{(14;4)\}$  ... .. 2 puncte

b.)  $x \geq -1$  ... .. 5 puncte

finalizare:  $x \in [-1; +\infty)$  ... .. 1 punct

2.

a.) desenul ... .. 6 puncte

b.)  $A'M = \frac{3a}{2}$  ... .. 4 puncte

finalizare:  $a = 8cm$  ... .. 2 puncte

c.) determinarea unghiului plan ... .. 2 puncte

$$tg(BD';(ABC)) = tg(\angle DBD') = \frac{\sqrt{2}}{2} \dots \dots \dots 4 \text{ puncte}$$

d.) scrierea formulei de calcul ... .. 1 punct

finalizare:  $A = 24cm^2$  ... .. 5 puncte

## Varianta 12

## Partea I

I.1 – 6 puncte	I.2 – 6 puncte	I.3 – 6 puncte	I.4 – 6 puncte	I.5 – 6 puncte
$13\sqrt{2}$	27	9cm	$15^0$	1

## Partea a II – a

II.1 – 6 puncte	II.2 – 6 puncte	II.3 – 6 puncte	II.4 – 6 puncte
D.	D.	C.	C.

## Partea a III – a

1.

a.)  $\begin{cases} |x-1|=1 \\ |y-2|=2 \end{cases}$  ... .. 4 puncte

finalizare:  $S = \{(2;4); (2;0); (0;4); (0;0)\}$  ... .. 2 puncte

b.) rezolvarea sistemului format de ecuațiile dreptelor 4 puncte

finalizare:  $P(x; y) = P\left(\frac{60}{17}; \frac{6}{17}\right)$  ... .. 2 puncte

2.

a.) desenul ... .. 6 puncte

b.) scrierea formulei de calcul ... .. 1 punct

finalizare:  $d = 15\sqrt{6}cm$  ... .. 5 puncte

c.) determinarea unghiului plan ... .. 2 puncte

$tg(A'C; (ABC)) = tg(\angle A'CA) = \frac{\sqrt{5}}{5}$  ... .. 4 puncte

d.) scrierea formulei de calcul ... .. 1 punct

finalizare:  $A = \frac{225\sqrt{6}}{2}cm^2$  ... .. 5 puncte