

## RĂSPUNSURI

ISJ Maramureș

## Varianta 1

- I.**
1. A
  2. A
  3. A
  4. F
  5. A

- II.**
1. C
  2. C
  3. A
  4. B
  5. B

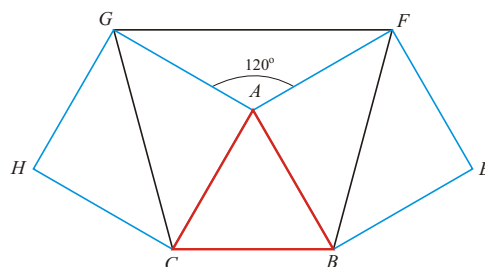
**III.**

1. a)  $4x + 4 = -2x + 6 \quad 6x = 2 \quad x = \frac{1}{3}$ .

b)  $10x = 30 \quad x = 3$ .

2. a)  $\triangle AGF$  triunghi isoscel pentru că  $[AG] \equiv [AF]$   
 $m(\sphericalangle GAF) = 360^\circ - (2 \cdot 90^\circ + 60^\circ) =$   
 $= 360^\circ - 240^\circ = 120^\circ$

- b)  $[BG] \equiv [CF]$  diagonală de pătrat.



*Punctaj:* Oficiu 10 p.; **I.** 5 × 5p; **II.** 5 × 5p; **III. 1.** 10 p; **2.** 30 p.

## Varianta 2

- I.**
1. A
  2. A
  3. F
  4. F
  5. A

- II.**
1. C
  2. A
  3. C
  4. A
  5. B

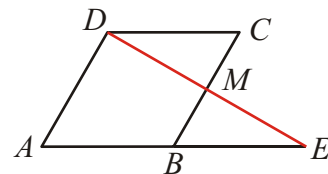
**III.**

1. a)  $\frac{-3+2+5}{6} \cdot \frac{6}{23} = \frac{4}{6} \cdot \frac{6}{23} = \frac{4}{23}$ .

b)  $1 - 2 = 0$ .

2. a)  $m(\hat{A}) = 60^\circ$ ;  $AD = 2 \cdot AE$   
 $m(\hat{B}) = 120^\circ$ ;  $BD \equiv AB \Rightarrow \triangle ABD$  echilateral  
 $\triangle DBE$  isoscel cu un unghi de  $120^\circ \Rightarrow$  unghiurile ascuțite sunt  
de  $30^\circ \Rightarrow \triangle ADE$  este dreptunghic.

- b)  $\triangle BME \equiv \triangle DMC$  pentru că laturile  $CD \parallel BE$  și 2 perechi de unghiuri alterne interne.



*Punctaj:* Oficiu 10 p.; **I.** 5 × 5p; **II.** 5 × 5p; **III. 1.** 10 p; **2.** 30 p.

**Varianta 3**

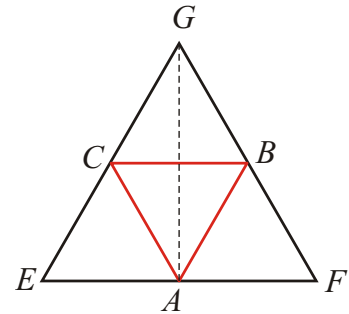
- I.** 1. F  
2. F  
3. F  
4. A  
5. A

- II.** 1. C  
2. A  
3. C  
4. B  
5. A

**III.**

1.  $S = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10} - \frac{1}{11} = \frac{1}{2} - \frac{1}{11} = \frac{9}{22}$ .

2. a) În punctul  $A$  avem vârfurile a trei triunghiuri echilaterale  
 $\Rightarrow m(\hat{A}) = m(E\hat{A}C) + m(C\hat{A}B) + m(B\hat{A}F) = 180^\circ \Rightarrow$  puncte coliniare.  
 b)  $ABGC$  romb  $\Rightarrow AG$  diagonală deci și bisectoare unghiului  $CAB$ .  
 c) Dacă  $AB = a \Rightarrow P_{ABC} = 3a P_{EFG} = 6a$ .



Punctaj: Oficiu 10 p.; I. 5×5 p; II. 5×5 p; III. 1. 10 p; 2. 30 p.

**Varianta 4**

- I.** 1. A  
2. F  
3. A  
4. A  
5. F

- II.** 1. B  
2. A  
3. A  
4. C  
5. A

**III.**

1.  $x + y = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{1}{2007} + \frac{2006}{2007}$

$x + y = 1 + 1 + \dots + 1 = 2006$ .

2.  $\Delta MAD \quad [MA] \equiv [MB] \equiv [AD] \equiv [BC] = (a)$

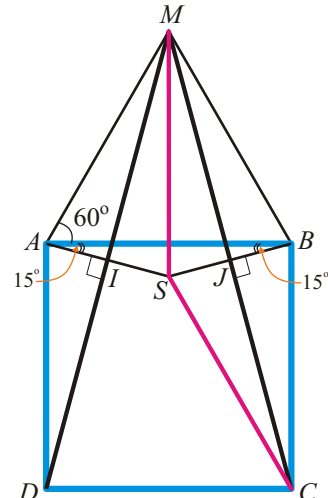
$\Delta MBC \quad m(\hat{A}) = m(\hat{B}) = 90^\circ + 60^\circ$

În  $\Delta BMC$  și  $AMD$  isoscele  $AI$  și  $AJ$  sunt înălțimi deci și bisectoare

$\Rightarrow m(\sphericalangle MAI) = m(\sphericalangle DAI) = 150^\circ : 2 = 75^\circ$

$m(\sphericalangle SAB) = m(\sphericalangle SBA) = 75^\circ - 60^\circ = 15^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta AMD \equiv \Delta MBC \Rightarrow MD \equiv MC \Rightarrow \Delta MDC$  isoscel



$\Delta ABS$  isoscel.

$\Delta MAS \quad [MS] \equiv [MS]$

$\Delta MBS \quad [MA] \equiv [MB] \Rightarrow m(\widehat{MSA}) = m(\widehat{MSB}) = [360^\circ - (60^\circ + 2 \cdot 75^\circ)] : 2 =$

$m(\widehat{MAS}) = m(\widehat{MBS})$

$$= [360^\circ - 210^\circ] : 2 = 75^\circ \Rightarrow$$

$\Rightarrow m(\sphericalangle MSA) = m(\sphericalangle MAS) = m(\sphericalangle MBS) = 75^\circ \Rightarrow [MB] \equiv [MS]$

dar  $MS \perp SB$  în  $\Delta$  isoscel  $MSB \Rightarrow$  mediatoare a segmentului  $BS \Rightarrow$

$\Rightarrow MB = BC = SC = MS = a$

*Punctaj:* Oficiu 10 p.; **I.**  $5 \times 5$  p; **II.**  $5 \times 5$  p; **III. 1.** 10 p; **2.** 30 p.

### Varianta 5

- I.**
1. A
  2. F
  3. A
  4. F
  5. A

- II.**
1. C
  2. C
  3. B
  4. A
  5. B

### III.

1.  $\frac{x}{y} = 0,25 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 1k; y = 4k; M_a = \frac{1k + 4k}{2} = \frac{5k}{2}$

$$\frac{5k}{2} = 50 \Rightarrow k = \frac{100}{5} = 20 \Rightarrow x = 20; y = 80.$$

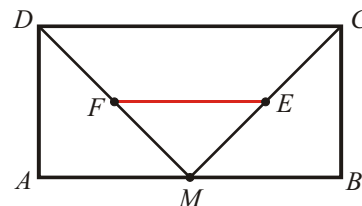
2. Triunghiul  $DMC$  este isoscel pentru că  $[MC] \equiv [MC]$  dedus din congruența triunghiurilor  $AMD, MBC$ .

$EF$  linia mijloacelor în triunghiul

$$DMC \Rightarrow EF \parallel DC; EF = \frac{1}{2}DC. \quad (1)$$

$$\text{Din } DM = MC \Rightarrow \frac{1}{2}DM = \frac{1}{2}MC \Rightarrow FD = EC. \quad (2)$$

Din 1 și 2  $\Rightarrow$  că  $DCEF$  trapez isoscel, analog și  $AFEB$ .



*Punctaj:* Oficiu 10 p.; **I.**  $5 \times 5$  p; **II.**  $5 \times 5$  p; **III. 1.** 10 p; **2.** 30 p.

## ISJ Satu-Mare

## Varianta 6

- I.**
1.  $3\sqrt{5}$
  2.  $\frac{3}{2}$
  3. 16 cm
  4. 20 cm

- II.**
5. c)  $\frac{2}{3}$
  6. a) 3
  7. c) dreptunghic
  8. a) 8 cm

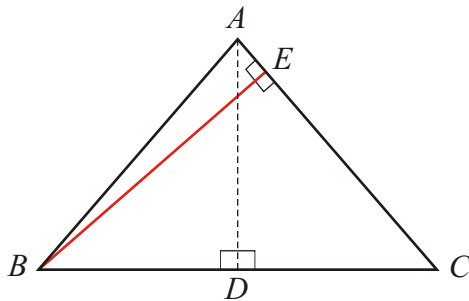
**III.**

9. a)  $A \cap \mathbb{N} = \left\{ \frac{\sqrt{64}}{4}; \frac{-27}{-9} \right\} = \{2; 3\}$

b)  $A \cap \mathbb{Z} = \left\{ -4; \frac{\sqrt{64}}{4}; \frac{-27}{-9} \right\}$

c)  $A \cap \mathbb{Q} = \left\{ -4; \sqrt{0, (1)}; \frac{\sqrt{64}}{4}; 3,8; -\frac{1}{4}; \frac{-27}{-9} \right\}$

d)  $A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) = \{ \sqrt{12}; 2\sqrt{5}; -\sqrt{18} \}$

**10.**

a) Fie  $AD \perp BC \Rightarrow D$  – mijlocul  $[BC]$ .

Din T.P.  $\triangle ABC \Rightarrow AD = 4$  cm.

b)  $A_{ABC} = \frac{AD \cdot BC}{2} = \frac{4 \cdot 6}{2} = 12$  cm<sup>2</sup>

c) Celelalte două înălțimi sunt congruente; fie  $BE \perp AC$ .

$A_{ABC} = \frac{BE \cdot aC}{2} = 12 \Rightarrow BE = \frac{24}{5}$  cm

## Varianta 7

- I.**
- |                              |          |
|------------------------------|----------|
| 1. - 5                       | 6. 5 cm  |
| 2. $\{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$ | 7. 16 cm |
| 3. - 4                       | 8. 5 cm  |
| 4. $\sqrt{2}$                | 9. 15 cm |
| 5. $-\frac{3}{4}$            | 10. 3 cm |

**II.**

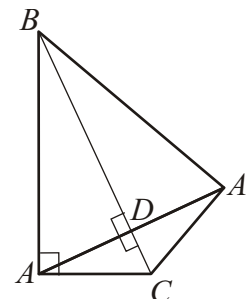
11. a)  $\frac{5}{10} : \frac{1}{10} + \frac{15\sqrt{5}}{5} - 3\sqrt{5} = \frac{5}{10} \cdot 10 + 3\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 5$

b) Numerele divizibile cu 3 de la 1 la 100 sunt:  $3 \cdot 1 = 3$ ;  $3 \cdot 2 = 6$ ; ...;  $3 \cdot 33 = 99$ , deci 33 numere  $\Rightarrow p = \frac{33}{100}$ .

## 12.

a)  $\triangle ABC \equiv \triangle BDA' (C.C.) \Rightarrow AB = A'B$   
 $\triangle CDA \equiv \triangle CDA' (C.C.) \Rightarrow AC = A'C$   
 $\triangle ABC \equiv \triangle BDA' (L.L.L) \Rightarrow \triangle ABC$  dreptunghic,  
 $m(\sphericalangle BAC) = 90^\circ$

b)  $AD = \frac{AB}{2} \Rightarrow AB = 16 \text{ cm} = A'B$   
 $P_{ABA'} = 40 \text{ cm}$ .



## ISJ Hunedoara

## Varianta 13

1. a) a; b) AD=10cm; c) a=9, b=15; d) 72 cm.
2. A;A;F;F.
3. A
4. B
5. (A.3), (B.4), (C.1)
6.  $a = 2k, b = 3k, c = 4k$  (2p)  
 $a^2 + b^2 + c^2 = 261$  (2p)  
 $4k^2 + 9k^2 + 16k^2 = 261$   
 $k = \pm 3$  (5p)  
 Problema admite solutiile (- 6,- 9,- 12) (3p)  
 (6,9,12) (3p)
7.  $\triangle DAM \equiv \triangle ABN(CC)$  (3p)  
 $\Rightarrow m(\widehat{MDA}) = m(\widehat{NAB})$  (2p)  
 si  $m(\widehat{DMA}) = m(\widehat{ANB})$  (2p)  
 Deoarece  $m(\widehat{NAB}) + m(\widehat{ANB}) = 90^\circ$  (2p)  
 avem  $m(\widehat{NAB}) + m(\widehat{DMA}) = 90^\circ$  (2p)  
 In  $\triangle PAM$  deducem  $m(\widehat{APM}) = 90^\circ$  (3p)  
 $= AN \perp DM$  (1p)

## Varianta 14

## Partea I

I.1 – 6 puncte	I.2 – 6 puncte	I.3 – 6 puncte	I.4 – 6 puncte	I.5 – 6 puncte
2	9	$\frac{3}{13}$	$360^0$	16

## Partea a II – a

II.1 – 6 puncte	II.2 – 6 puncte	II.3 – 6 puncte	II.4 – 6 puncte
C.	C.	A.	C.

## Partea a III – a

- 1.
- a) aducerea celor două fracții la același numitor și amplificare 3 puncte  
 finalizare: ... .. 3 puncte
- b) scrierea fracțiilor folosind punctul a) ... .. 3 puncte  
 finalizare:  $E = 199$  ... .. 3 puncte
- 2.
- a) desenul ... .. 6 puncte  
 b) scrierea formulei de calcul a ariei rombului ... .. 1 punct  
 finalizare:  $A = 24cm^2$  ... .. 5 puncte
- c)  $\triangle ABC : MN$  – linie mijlocie  $\Rightarrow MN \parallel AC; MN = \frac{AC}{2}$  ... 1 punct  
 $\triangle ADC : PQ$  – linie mijlocie  $\Rightarrow PQ \parallel AC; PQ = \frac{AC}{2}$  1 punct  
 $\triangle ABD : QM$  – linie mijlocie  $\Rightarrow QM \parallel BD; QM = \frac{BD}{2}$  1 punct  
 $\triangle CBD : PN$  – linie mijlocie  $\Rightarrow PN \parallel BD; PN = \frac{BD}{2}$  1 punct  
 $MN = PQ; MQ = PN; MN \perp QM (AC \perp BD)$  ... 1 punct  
 finalizare:  $MNPQ$  - paralelogram cu un unghi drept 1 punct
- d) scrierea formulelor de calcul ... .. 2 puncte  
 finalizare:  $P_{MNPQ} = 14cm; A_{MNPQ} = 12cm^2$  ... .. 4 puncte

## Varianta 15

## Partea I

I.1 – 6 puncte	I.2 – 6 puncte	I.3 – 6 puncte	I.4 – 6 puncte	I.5 – 6 puncte
4	3	5	29	0

## Partea a II – a

II.1 – 6 puncte	II.2 – 6 puncte	II.3 – 6 puncte	II.4 – 6 puncte
B.	B.	A.	B.

## Partea a III – a

1. a)  $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = k \Rightarrow a = 3k; b = 4k; c = 5k$  ... .. 3 puncte  
 finalizare ... .. 3 puncte
- b)  $3a + 4b + 5c = 100 = 50k = 100 \Rightarrow k = 2$  ... .. 3 puncte  
 $a = 6; b = 8; c = 10$  ... .. 3 puncte
2.
  - a.) desenul ... .. 6 puncte
  - b.) utilizarea teoremei lui Thales ... .. 3 puncte  
 finalizare:  $CF = 25cm; AE = 12cm; AC = 32cm$  ... .. 3 puncte
  - c.) scrierea formulei de calcul ... .. 1 punct  
 $DE \parallel BF; BD \parallel EF = BDEF$  - paralelogram ... .. 3 puncte  
 finalizare:  $P_{DEBF} = 60cm$  ... .. 2 puncte
  - d.) scrierea formulei de calcul ... .. 1 punct  
 determinarea înălțimii  $h = 12cm$  ... .. 3 puncte  
 finalizare:  $A_{\Delta CEF} = 150cm^2$  ... .. 2 puncte

## Varianta 16

## Partea I

I.1 – 6 puncte	I.2 – 6 puncte	I.3 – 6 puncte	I.4 – 6 puncte	I.5 – 6 puncte
$\frac{7}{3} = 2, (3)$	7	90	16	2

## Partea a II – a

II.1 – 6 puncte	II.2 – 6 puncte	II.3 – 6 puncte	II.4 – 6 puncte
B.	D.	B.	B.

## Partea a III – a

1.

$$\text{a) } 0, (3) = \frac{1}{3}; 0,2 = \frac{1}{5}; 0,25 = \frac{1}{4} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 2 \text{ puncte}$$

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{4} = k \Rightarrow a = 3k; b = 5k; c = 4k \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 2 \text{ puncte}$$

$$\text{finalizare} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 2 \text{ puncte}$$

$$\text{b) } 3a + 5b + 4c = 150 = 50k = 150 = k = 3 \quad \dots \quad \dots \quad 3 \text{ puncte}$$

$$a = 9; b = 15; c = 12 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 3 \text{ puncte}$$

2.

$$\text{a) desenul} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 6 \text{ puncte}$$

$$\text{b) utilizarea teoremei lui Thales} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 3 \text{ puncte}$$

$$\text{finalizare: } DB = 20cm; AE = 12cm; AB = 36cm \quad \dots \quad 3 \text{ puncte}$$

$$\text{c) scrierea formulei de calcul} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 1 \text{ punct}$$

$$DE \parallel BF; BD \parallel EF = BDEF - \text{paralelogram} \quad \dots \quad 3 \text{ puncte}$$

$$\text{finalizare: } P_{DEBF} = 80cm \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 2 \text{ puncte}$$

$$\text{d) scrierea formulei de calcul} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 1 \text{ punct}$$

$$\text{determinarea înălțimii } h = 12cm \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 3 \text{ puncte}$$

$$\text{finalizare: } A_{\Delta CEF} = 150cm^2 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 2 \text{ puncte}$$

**Varianta 17**

**Partea I**

I.1 – 6 puncte	I.2 – 6 puncte	I.3 – 6 puncte	I.4 – 6 puncte	I.5 – 6 puncte
$\frac{16}{3} = 5, (3)$	15	6	60	0

**Partea a II – a**

II.1 – 6 puncte	II.2 – 6 puncte	II.3 – 6 puncte	II.4 – 6 puncte
D.	C.	C.	B.

**Partea a III – a**

1.

- a) identificarea  $a$  - par;  $a$  - prim =  $a = 2$  ... .. 2 puncte
- determinarea  $b = 2$  ... .. 2 puncte
- determinarea  $c = 7$  ... .. 2 puncte
- b)  $(a; b) = 4 = a = 4k; b = 4h; (k; h) = 1$  ... .. 1 punct
- $(a; c) = 6 = a = 6l; c = 6m; (l; m) = 1$  ... .. 1 punct
- $(b; c) = 10 = b = 10q; c = 10r; (q; r) = 1$  ... .. 1 punct
- determinarea  $k = 3; h = 5; m = 5$  ... .. 2 puncte
- finalizare:  $(a; b; c) = (12; 20; 30)$  ... .. 1 punct

2.

- a) desenul ... .. 6 puncte
- b)  $AM = 2DM = 6cm$  ... .. 3 puncte
- $AM = \frac{BC}{2} \Rightarrow BC = 12cm$  ... .. 3 puncte
- c)  $[AM] \equiv [MB]; m(\angle AMB) = 60^\circ$  ... .. 4 puncte
- finalizare:  $\Delta AMB$  - echilateral ... .. 2 puncte
- d)  $A' = sim_M A = AM = MA' = 6cm; BM = MC = 6cm$  4 puncte
- finalizare:  $BA'CA$  - dreptunghi ... .. 2 puncte