

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CARAȘ-SEVERIN
OLIMPIADA LOCALĂ LA MATEMATICĂ 26.02.2011

CLASA A VII-A

1. Pentru orice număr natural nenul n se notează $a(n) = \frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+n}$.

a) Calculați $a(4)$.

Prof. Irina Avrămescu, Reșița

b) Dacă $a(n) = 1,9998$, arătați că $n+1$ este pătrat perfect.

2. Se consideră o mulțime M de numere reale care satisface următoarele proprietăți:

a) $3 \in M$; b) $x \in M \Rightarrow (x^2 - x) \in M$; c) $(x^2 - 2x) \in M \Rightarrow x \in M$.

Să se arate că:

1) $30 \in M$; 2) $-1 \in M$;

Prof. Lucian Dragomir, Oțelu Roșu.

3) $M \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z})$ are cel puțin trei elemente.

RMCS Nr. 22/2007

3. Se consideră un pătrat $ABCD$ cu aria egală cu S . Dacă E este mijlocul laturii (DC) , BE intersectează dreapta AD în F , M este mijlocul segmentului (EF) și AM intersectează latura (DC) în Q , arătați că aria triunghiului DQM este egală cu $\frac{S}{24}$. *Prof. Irina Avrămescu, Reșița*

4. Se consideră dreptunghiul $ABCD$ și se notează cu E simetricul lui A față de BD . Arătați că patrulaterul $BECD$ este trapez isoscel. *Prof. Nistor Budescu, Dalboșeț*

CLASA A VIII-A

1. Determinați numerele întregi a și b pentru care $\left(\frac{\sqrt{2}-a}{\sqrt{2}+a} + \frac{\sqrt{2}-b}{\sqrt{2}+b} \right) \in \mathbb{Z}$.

2. Dacă $x \in (-3;5)$ și $y \in (-1;6)$, arătați că numărul:

RMCS, Nr. 28/2009

$$a = \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy - 22x - 22y + 121} + \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy + 8x + 8y + 16}$$

este număr natural.

Prof. Vasile Chiș, Reșița

3. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ cu dimensiunile a, b, c . Dacă d_1, d_2, d_3 , reprezintă respectiv lungimile diagonalelor fețelor paralelipipedului și $2\sqrt{2} \cdot d_1 d_2 d_3 \leq (a+b)(a+c)(b+c)$, atunci:

a) demonstrați că paralelipipedul $ABCD A' B' C' D'$ este cub;

b) calculați, în funcție de a , distanța de la B la planul $(A' B' C')$.

prof. Antoanela Buzescu, Caransebeș

4. Se consideră cubul $ABCD A' B' C' D'$, având muchia de lungime $a > 0$.

Calculați $m(\widehat{AD', A'B}) + m(\widehat{AD', A'C})$.

Prof. Marius Șandru, Reșița RMCS, Nr. 23/2008