

CLASA A VII-A

1. a) $a(4) = \dots$ (2p)

$$a = \frac{2}{1 \cdot 2} + \frac{2}{2 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{2}{n \cdot (n+1)} = 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) \dots 3p$$

b) $n+1 = 10000 = 100^2 \dots 2p$

2. 1) $3 \in M \Rightarrow (9-3) = 6 \in M \Rightarrow 36-6 = 30 \in M \dots 2p$

2) $(-1)^2 - 2 \cdot (-1) = 3 \in M \Rightarrow -1 \in M \dots 2p$

3) $1^2 - 2 \cdot 1 = -1 \in M \Rightarrow 1 \in M$ și din $x^2 - 2x = 1 \in M$ deducem

$$(x-1)^2 = 2 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{2} \in M \setminus \mathbb{Z} \text{ și } x = 1 - \sqrt{2} \in M \setminus \mathbb{Z} \dots 2p$$

La fel, $x^2 - 2x = 6$ conduce la valori iraționale din M. $\dots 1p$

3. E mijloc [DC] $\Rightarrow A_{BEC} = \frac{S}{4} \dots 2p$

$$\triangle BEC \equiv \triangle DEF \Rightarrow A_{DEF} = \frac{S}{4} \dots 1p$$

$$DM \text{ mediană în } \triangle DEF \Rightarrow A_{DEM} = \frac{S}{8} \dots 1p$$

Q centrul de greutate în $\triangle AEF \dots 1p$

$$\Rightarrow A_{DQM} = \frac{1}{3} A_{DME} \dots 1p$$

Finalizare $\dots 1p$

4. Dacă $AE \cap BD = \{M\}$ și O este centrul dreptunghiului

$$\Rightarrow OM \text{ este linie mijlocie în } \triangle ACE \Rightarrow EC \parallel BD \Rightarrow BCED \text{ trapez.} \dots 3p$$

$$[DE] \equiv [DA] \equiv [BC] \dots 3p$$

Finalizare $\dots 1p$