

**Concursul Interjudețean de Matematică „Cristian S. Calude”  
ediția a XII-a**

**Galați, 05 noiembrie 2011**

**Clasa a VII -a**

**Problema 1.**

a) Determinați cele mai mici numere naturale nenule  $a$ ,  $b$  și  $c$ , știind că  $a$  și  $b+c$  sunt proporționale cu 2 și 14,  $b$  și  $c+a$  sunt proporționale cu 5 și 11, iar  $c$  și  $a+b$  sunt proporționale cu 9 și 7.

b) Mărind un număr cu  $p\%$ , obținem  $a_1$ ; micșorând  $a_1$  cu  $p\%$ , obținem  $a_2$ ; mărind  $a_2$  cu  $p\%$ , obținem 1152. Micșorând numărul inițial cu  $p\%$ , obținem  $b_1$ ; mărind  $b_1$  cu  $p\%$ , obținem  $b_2$ ; micșorând  $b_2$  cu  $p\%$ , obținem 768. Calculați numărul inițial și  $p$ .

**Constantin Apostol, profesor, Rm. Sărat**

**Problema 2.**

a) Aflați ce rest dă  $2007^{2011}$  la împărțirea la 8.

b) Să se rezolve în  $\mathbb{Z}$  ecuația :  $x^2 + y^2 + z^2 = 2007^{2011}$

**Petre Bătrânețu, profesor, Galați**

**Problema 3.**

În triunghiul  $\Delta ABC$  avem  $m(\sphericalangle A) = 130^\circ$ ,  $m(\sphericalangle C) = 20^\circ$ ,  $D \in (BC)$  astfel ca  $m(\sphericalangle BAD) = 50^\circ$  și  $E \in (AC)$  astfel încât  $[BD] \equiv [CE]$ . Aflați  $m(\sphericalangle BEA)$

**Petre Bătrânețu, profesor, Galați**

**Clasa a VIII-a**

**Problema 1.**

Fie numerele reale pozitive  $a, b, c$ , astfel încât,  $\frac{b+c}{a} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$  și  $\frac{a+c}{b} = \sqrt{3}$ .

a) Să se determine valoarea raportului  $\frac{a+b}{c}$ .

b) Demonstrați că  $a, b, c$  pot fi lungimile laturilor unui triunghi.

c) Determinați măsurile unghiurilor triunghiului de la punctul b).

**Constantin Apostol, profesor, Rm. Sărat**

**Problema 2..**

a) Să se rezolve în  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  ecuația  $x^2 + y^2 - x - y - 2 = 0$ . **Marin Dolteanu, profesor, Galați**

b) Să se determine cel mai mic element al mulțimii

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = n^2 - 2 \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{3}) \cdot n + 2 \cdot \sqrt{3}, n \in \mathbb{Z} \right\} \quad \text{Romeo Zamfir, profesor, Galați}$$

**Problema 3**

a) Pe diagonala  $(AC)$  a pătratului  $ABCD$  de latură  $a$  se consideră punctul  $M$  astfel încât  $m(\sphericalangle DMN) = 90^\circ$ , unde  $N \in (AB)$ . Dacă  $AN = \sqrt{2} \cdot MC$ , atunci determinați raportul dintre aria triunghiului  $\Delta AMN$  și aria pătratului  $ABCD$ .

**Petre Bătrânețu, profesor, Galați**

b) Se dă o tablă de tipul  $1 \times n$ : 

|   |   |       |   |
|---|---|-------|---|
| 1 | 2 | ..... | n |
|---|---|-------|---|

. Un jucător poate marca (hașura), la o mutare, un pătrat sau două pătrate libere vecine. Pierde jucătorul care nu mai poate marca. Dacă jocul este destinat unei perechi de jucători, atunci determinați o strategie prin care unul din jucători este câștigătorul jocului, indiferent de mutările celuilalt jucător.

**Dorina Enache, problema G:993, RMG nr.28 / 2007**