CONCURSUL DE MATEMATICĂ
FLORICA T. CÂMPAN
ETAPA JUDEȚEANĂ, 16 - 17 FEBRUARIE 2008

CLASA A IV-A

1. a) Găsiți regula de formare a șirului 3, 8, 13, ... și scrieți termenul de pe locul 31.
b) După un concurs de matematică, un elev nu și-a amintit rezultatul unei probleme. Totuși, și-a adus aminte că numărul are șase cifre, începe cu 1 și dacă prima cifră se mută la sfârșit, atunci numărul obținut va fi de trei ori mai mare decât cel inițial. Care a fost rezultatul problemei?

2. Mergând cu mașina, un șofer observă la ora 09:10 că pe kilometrajul de la bord apare numărul 12921. La ora 11:00, pe kilometraj apare următorul număr care coincide cu răsturnatul său. La ce oră va observa șoferul din nou un astfel de număr, presupunând că se deplasează cu viteză constantă?

Gabriel Mîrșanu, *Recreații Matematice 1/2001*

3. Pe o foaie este scris numărul $A=\overline{1234xy}$. Cinci elevi joacă următorul joc: fiecare dintre primii patru citește numărul, își fixează câte o regulă de transformare a lui și scrie pe tablă numărul transformat. Al cincilea, care cunoaște doar primele patru cifre ale lui *A*, trebuie să ghicească regula fiecăruia dintre colegi și să încerce să afle numărul. Știind că primii patru au scris pe tablă numerele 123500, 123470, 123460, 120000, se cere:
a) Care sunt regulile de transformare observate de al cincilea elev?
b) Poate al cincilea elev să afle cu exactitate numărul? Care sunt valorile posibile ale numărului *A*?

Petru Asaftei

CLASA A V-A

1. La un concurs se acordă cinci puncte pentru premiul I, trei puncte pentru al doilea și două puncte pentru al treilea. Aflați numărul de premii primite de elevii unei școli, știind că au obținut în total 25 de puncte și cel puțin câte două premii din fiecare categorie.

2. Un număr natural se numește *simpatic* dacă este format din cifre distincte nenule, a căror sumă se divide cu 10.
a) Determinați cel mai mic și cel mai mare număr *simpatic*.
b) Precizați câte numere de trei cifre sunt *simpatice* și divizibile cu 4.

3. Dacă $a\in\mathbb{N}^*$ și $b\in\mathbb{N}^*$, notăm $a*b=a^b+b^a$ (de exemplu, $3*2=3^2+2^3=17$).
a) Determinați numărul $n\in\mathbb{N}^*$ astfel încât $1*1+2*1+3*1+...+n*1=54$.
b) Comparați numerele $3*18$ și $2*27$.
c) Aflați ultima cifră a numărului $2*(2*2008)$.

Adrian Zanoschi

CLASA A VI-A

1. Un părinte își împarte averea astfel: primul copil primește 10 000 lei plus o cincime din rest; al doilea copil primește 20 000 lei plus o cincime din noul rest; al treilea copil primește 30 000 lei plus o cincime din noul rest și așa mai departe. Să se afle suma împărțită de părinte, precum și numărul copiilor, știind că toți au moșteniri egale.

Mihai Gârtan, *Recreații Matematice 1/2002*

2. Cătălin este faianțar și trebuie să paveze podeaua unei încăperi în formă de dreptunghi având lungimea de 3 metri și lățimea de 2 metri, folosind dale pătratice cu latura de 50 centimetri. El are la dispoziție 6 dale roșii, 6 albastre, 6 galbene și 6 verzi, iar cerința este ca orice două dale de aceeași culoare să nu se atingă.
a) Indicați un exemplu de pavare corectă.
b) Cătălin sparge o dală roșie și primește în loc una verde. Poate acum proceda în așa fel încât să respecte cerința? Justificați răspunsul.

Doru Buzac

3. Un număr natural *N* se scrie în baza 10 folosind 6 cifre nenule și distincte. Se știe că, oricum am schimba ordinea cifrelor numărului *N*, numărul *N* precum și numerele obținute sunt toate multipli de *p*, unde *p* este un număr prim.
a) Determinați câte numere se pot obține din *N* prin schimbarea ordinii cifrelor.

b) Dacă $p = 3$, dați exemplu de un număr *N* care să verifice condițiile din enunț.

c) Dacă $p \neq 3$, demonstrați că nu există numere *N* care să verifice condițiile din enunț.

Radu Sava

CLASA A VII-A

1. Se consideră şirurile definite prin:

$$a_1 = 91204\,;\ a_2 = 9012004\,;\ a_3 = 900120004\,;\ ...\,;\ b_1 = 91504\,;\ b_2 = 9015004\,;\ b_3 = 900150004\,;\ ...$$

a) Aflați numărul de cifre al sumei $a_n + b_n$, unde $n \in \mathbb{N}^*$;

b) Arătați că: $\sqrt{a_n + b_n} \notin \mathbb{Q}, \forall n \in \mathbb{N}^*$;

c) Demonstrați că $\sqrt{a_n} \in \mathbb{Q}, \forall n \in \mathbb{N}^*$, însă $\sqrt{b_n} \notin \mathbb{Q}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Constantin Chirilă, *Recreații Matematice 1/2001*

2. Două blocuri de locuințe care au înălțimea de 21m fiecare sunt situate pe un teren plat. La ora 10, umbra primului bloc proiectată pe cel de-al doilea, are înălțimea de 15m, iar umbra celui de-al doilea bloc pe pământ are lungimea de 42m. Ce înălțime are umbra primului bloc pe cel de-al doilea la ora 11, dacă umbra celui de-al doilea bloc pe pământ este de 31,50m?

3. Pardoseala unei băi de dimensiuni $L = 45$ dm, $l = 35$ dm este acoperită cu plăci de gresie în formă de pătrat cu latura de 1 dm. Dacă se îndepărtează câte o plăcuță din cele patru colțuri, se poate acoperi suprafața rămasă cu plăci dreptunghiulare având $l = 1$ dm şi $L = 2$ dm?

CLASA a VIII-a

1. a) Fie suma $S = \dfrac{1}{\sqrt{1+\sqrt{1^2-1}}} + \dfrac{1}{\sqrt{3+\sqrt{3^2-1}}} + ... + \dfrac{1}{\sqrt{2007+\sqrt{2007^2-1}}}$. Aflați cel mai mic număr natural nenul *n* pentru care numărul $S \cdot \sqrt{n}$ este natural.

b) Dacă *a* este lungimea ipotenuzei şi *b, c* lungimile catetelor unui triunghi dreptunghic, demonstrați că $2a > b + c + h_a$, unde h_a este lungimea înălțimii corespunzătoare ipotenuzei.

Claudiu Ştefan Popa

2. Câte plane pot fi duse la egală distanță de patru puncte necoplanare date? Justificați răspunsul.

3. În cetatea **NN** a numerelor naturale se organizează o mare petrecere în cinstea numărului 0. La poarta castelului bate unul din locuitorii cetății.

- Sunt numărul 83. Îmi permiteți să intru la petrecere? întreabă acesta.
- La petrecere sunt invitate doar numerele *fantastice*, îi răspunse o voce de partea cealaltă.
- Dar ce înseamnă număr *fantastic*? întreabă numărul 83.
- Să vă explic, spune vocea stranie. Dacă *n* este un număr natural mai mare decât 1 şi notăm $A_n = \{x \in \mathbb{N} \mid (x,n) \neq 1\}$, numărul *n* se numeşte *fantastic* dacă pentru orice două numere *x, y* aparținând mulțimii A_n, suma lor *x* + *y* este tot un element al mulțimii A_n. Ați priceput?
- Am înțeles, răspunde lămurit vizitatorul.

a) Stabiliți voi dacă numărul 83 este invitat la petrecere. Aceeaşi cerință şi pentru numărul 2008.

b) Găsiți toate numerele pare invitate la petrecere.

Alexandru Negrescu