

**MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI INOVĂRII  
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI CARAȘ-SEVERIN**

Strada Ateneului Nr.1, 320112 REȘIȚA-ROMANIA  
Tel: 0255/214238; Fax: 0255/216042

---

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ  
FAZA LOCALĂ - 14.02.2009  
CLASA a V-a**

7p 1. Într-o familie de 4 persoane, suma vârstelor acestora este de 97 de ani. Băiatul s-a născut când tatăl avea 23 de ani, iar fata s-a născut când mama avea 22 de ani și fratele său 4 ani. Puteți găsi ce vârstă are fiecare acum ?

*Prof. Mariana Drăghici, Reșița*

7p 2. Să se găsească mulțimile  $A$  și  $B$  care au fiecare câte 3 elemente, numere naturale, știind că satisfac următoarele proprietăți :

a)  $4 \in A \cap B$ ;  
b)  $x \in A \Rightarrow x^2 \in B$  ;  
c) suma elementelor mulțimii  $B$  este triplul sumei elementelor mulțimii  $A$ .

*Prof. Marius Șandru, Reșița*

7p 3. Arătați că diferența dintre jumătatea lui  $4^{57}$  și sfertul lui  $16^{28}$  este divizibilă cu 14, iar suma dintre treimea lui  $9^{45}$  și  $27^{29}$  este divizibilă cu 10.

*Prof. Emilia-Dana Schiha, Berzasca*

7p 4. Considerăm mulțimea tuturor numerelor naturale care împărțite la 101 dau câtul egal cu restul. Arătați că dublul sumei elementelor acestei mulțimi se poate scrie ca produsul a trei numere naturale consecutive.

*Prof. Vasile Chiș, Reșița.*

**NOTĂ:**

- TIMP DE LUCRU 2 ORE.
- TOATE SUBIECTELE SUNT OBLIGATORII.

**MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI TINERETULUI**  
**INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI CARAȘ-SEVERIN**

Strada Ateneului Nr.1, 320112 REȘIȚA-ROMANIA  
Tel: 0255/214238; Fax: 0255/216042

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**FAZA LOCALĂ - 14.02.2009**  
**CLASA a VI-a**

- 7p 1. Se consideră numerele  $A = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2009}$  și
- $$B = \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \dots + \frac{2008}{2009}.$$
- a) Arătați că  $A + B$  este număr natural ;  
b) Demonstrați că  $1003 < B - A < 2006$ .
- Prof. Delia și Adrian Dragomir, Caransebeș
- 7p 2. a) Arătați că numărul  $n = (2^{90} + 2^{93} + 4^{46}) : (2^{91} + 2^{92} + 4^{45})$  este mai mic decât 4.  
b) Stabiliți care dintre numerele  $a = 2^{90}$  și  $b = 3^{62}$  este mai mare .
- Prof. Adriana și Lucian Dragomir, Oțelu – Roșu
- 7p 3. Fie  $m(\sphericalangle AOB) > 90^\circ$  și ( $OC$  o semidreaptă situată în interiorul unghiului  $AOB$ , iar  $m(\sphericalangle AOB) + m(\sphericalangle AOC) = 180^\circ$  .
- a) Arătați că bisectoarea ( $OX$  a unghiului  $\sphericalangle BOC$  este perpendiculară pe dreapta  $OA$ .  
b) Dacă  $m(\sphericalangle AOB) = 5 \cdot m(\sphericalangle BOC)$ , determinați măsurile unghiurilor  $AOB$ ,  $AOC$  și  $XOY$ , unde ( $OY$  este bisectoarea unghiului  $AOC$ ).
- Prof. Monica Moțco, Reșița.
- 7p 4. Pe latura  $[OX$  a unghiului  $XOY$  cu măsura de  $60^\circ$  se consideră punctul  $P$  . Dacă punctele  $R$  și  $S$  sunt pe latura  $[OY$  astfel ca  $OR = 8 \text{ cm}$  iar  $RS = 2 \text{ cm}$ , atunci determinați perimetrul triunghiului  $OPS$  știind că el este echilateral. Realizați un desen corespunzător.

Prof. Irina Avrămescu, Reșița

**NOTĂ:**

- TIMP DE LUCRU 2 ORE.
- TOATE SUBIECTELE SUNT OBLIGATORII.

**MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI TINERETULUI**  
**INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI CARAȘ-SEVERIN**

Strada Ateneului Nr.1, 320112 REȘIȚA-ROMANIA  
Tel: 0255/214238; Fax: 0255/216042

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**FAZA LOCALĂ - 14.02.2009**

**CLASA a VII-a**

- 7p 1. a) Arătați că nu există pătrate perfecte de forma  $4k + 2$ , oricare ar fi numărul natural  $k$ .  
b) Arătați că numărul  $x = \sqrt{8 \cdot 5^n + 11 \cdot 5^{n+1} + 5^{n+2}} + 6 \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \forall n \in \mathbb{N}$ .  
*Prof. Irina Avrămescu, Reșița*
- 7p 2. Fie  $y^2 = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 6} + \frac{1}{3 \cdot 8} + \dots + \frac{1}{48 \cdot 98} + \frac{1}{49 \cdot 100}$ .  
Calculați valoarea lui  $y$ .  
*Prof. Monica Moțco, Reșița.*
- 7p 3. Considerăm triunghiul  $ABC$  și un punct  $M$  situat în interiorul triunghiului. Dacă  $E$  și  $F$  sunt simetricile punctului  $M$  în raport cu mijloacele segmentelor  $[AB]$  și respectiv  $[AC]$ , arătați că  $M$  se află pe înălțimea din  $A$  a triunghiului  $ABC$  dacă și numai dacă segmentele  $[CE]$  și  $[BF]$  sunt congruente.  
*Prof. Vasile Chiș, Reșița*
- 7p 4. Fie  $ABCD$  un paralelogram în care  $AD \perp BD$ ,  $AD = 6\text{cm}$ ,  $M$  mijlocul lui  $(CD)$ ,  $N$  mijlocul lui  $(AB)$ ,  $AM \cap BD = \{E\}$  și  $CN \cap BD = \{F\}$ . Dacă  $EF = 6\text{ cm}$ , aflați aria paralelogramului  $ABCD$ .  
*Prof. Mariana Drăghici, Reșița.*

**NOTĂ:**

- TIMP DE LUCRU 3 ORE.
- TOATE SUBIECTELE SUNT OBLIGATORII.

**MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI TINERETULUI**  
**INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI CARAȘ-SEVERIN**

Strada Ateneului Nr.1, 320112 REȘIȚA-ROMANIA  
Tel: 0255/214238; Fax: 0255/216042

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**

FAZA LOCALĂ - 14.02.2009

**CLASA a VIII-a**

7p

1. Să se determine numerele întregi nenule  $a$  și  $b$  pentru care

$$\frac{a+1}{b} = \frac{b-1}{a} \text{ și } \frac{3}{a} + \frac{4}{b} = 2.$$

*Prof. Ovidiu Bădescu, Reșița*

7p

2. Fie numărul  $a = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$ ,  $x \in \mathbb{N}$ .

a) Arătați că  $a+1$  este pătrat perfect;

b) Arătați că, dacă  $x = 5n, n \in \mathbb{N}$ , atunci

$\sqrt{a+2009}$  este un număr irațional.

*Prof. Mariana Drăghici, Reșița*

7p

3. Fie cubul cu vârfurile  $A, L, G, E, B, R, I, C$  în care suma dintre lungimea unei muchii, a diagonalei unei fețe și a diagonalei cubului este  $1 + \sqrt{8+2\sqrt{15}} - \sqrt{7-2\sqrt{10}}$ . Arătați că distanța de la punctul  $A$  la planul  $BEL$  este mai mică decât  $0,6$ .

*Prof. Irina Avrămescu, Reșița*

7p

4. Triunghiul echilateral  $ABC$  și triunghiul dreptunghic isoscel  $DBC$  ( $m(\angle D) = 90^\circ$ ), se află în plane diferite, măsura unghiului dintre ele fiind de  $30^\circ$ .

a) Dacă  $P$  este proiecția punctului  $D$  pe planul  $(ABC)$  și  $M$  este mijlocul lui  $[BC]$ , arătați că punctele  $M, A, P$  sunt coliniare.

b) Stabiliți poziția punctului  $P$  în raport cu  $\triangle ABC$ .

*Prof. Vasile Chiș, Reșița*

**NOTĂ:**

- TIMP DE LUCRU 3 ORE.
- TOATE SUBIECTELE SUNT OBLIGATORII.