CONCURSUL NATIONAL DE MATEMATICĂ EUCLID
16 . 01 . 2010 Clasa a IV -a
SOLUȚII

I **1 c) 2 a) 3 b) 4 d) 5 b)**

II **1)** 30 **2)** 31 **3)**72 **4)**90 **5)**9 **6)**325 **7)**44+45+55+54=198
8)117, 711, 171, deci 3 numere **9)**100+99=199 **10)**310 sau orice alt exemplu corect

III **a)** 1+100=2+99=101
b) 100
c) 51
d) S=1+2+...+99+100, de unde 2S=(1+100)+(2+99)+....+(99+2)+(100+1), adică 2S=101×100 , deci S=5050.
e) T=1+2+...+79+80. Procedând analog ca la **d),** obţinem T=3240.
f) GRUPA 1 19, 18, 17, 16, 15, 1, 2, 3, 4, 10
GRUPA 2 14. 13. 12. 11, 9, 8, 7, 6, 5, 20
g). Dacă s-ar putea aranja, în fiecare grupă de numere, suma acestora s-ar împărți exact la 3. Într-adevăr, dacă notam cu *S* suma celor trei numere şi cu 2*S* suma celorlalte 7, suma celor 10 numare din grupă ar fi 3*S*. În felul acesta am avea suma celor 100 de numere egală cu $3S_1 + 3S_2 + \ldots + 3S_{10}$ (S_1, S_2, S_{10} fiind suma numerelor din fiecare grupă). Deci suma celor 100 de numere ar fi $3(S_1 + \ldots + S_{10}) = 5050$. Dar 5050 nu se împarte exact la 3, de unde rezultă că nu putem forma astfel de grupe

IV
a) În prima etapă se formează 40 : 2 = 20 grupe de elevi. În fiecare grupă, un elev va fi învins, deci vor părăsi turneul 20 de elevi în prima etapă.
b) În prima etapă se joacă 20 partide, iar în a doua se joacă 10. În total se joacă 20+10=30 partide.
c) În prima etapă se joacă 20 partide şi rămân 20 de elevi. În a doua etapă se joacă 10 partide şi rămân 10 elevi; în a treia etapă se joacă 5 partide şi rămân 5 elevi; în a patra se joacă 2 partide şi rămân 3 elevi. Aceştia trec în a cincea etapă, în care se joacă o singura partida şi rămân 2 elevi .În a şasea etapă se mai joacă o singură partidă şi se termină concursul. Deci în total, concursul are 6 etape.
d) Folosind raționamentul de la punctul **d),** obținem că în total s-au jucat 20+10+5+2+1+1=39 de partide.
e) Pentru fiecare trecere în altă etapă, câştigătorul primeşte 10 lei, deci primeşte 60 de lei pentru că trece de ultima etapă. Socotind şi premiul, rezultă că primeşte 260 de lei.
f) Din prima etapă trec 20 de elevi deci $20\times 10 = 200$ lei. Din a doua, trec 10 elevi, deci $10\times 10 = 100$ lei. Din a treia trec 5, deci 50 lei; din a patra trec 3, deci 30 lei. Din a cincea trec 2, deci 20 lei În a şasea etapă se decide câştigătorul, care primeşte un premiu de 200 lei În total, sponsorizarea costă 200 + 100 + 50 + 30 + 20+10+200 = 610 lei.
g) Pentru ca învingătorul concursului să joace un singur meci, el ar trebui să joace numai ultimul meci, deci ar trebui să ajungă în etapa finală fară să joace. Ceea ce înseamnă că până în ultima etapă, numărul elevilor este mereu impar. Cu 33 elevi în prima etapă, avem 17 în a doua, 9 în a treia, 5 în a patra şi 3 în a cincea şi 2 în ultima. Deci 33 este un număr de jucători mai mare ca 20, pentru care este posibil ca un jucător să câştige turneul jucând o singură dată.