

**CONCURSUL NATIONAL DE MATEMATICĂ
EUCLID
24 . 10 . 2009
Clasa a V -a
SOLUȚII**

SUBIECTUL I

- 1) c) 2) a) 3) b) 4) b) 5) b)

SUBIECTUL II

- 1) 4
2) 89
3) 2
4) 5
5) 6
6) 10 și 11
7) 0
8) 120
9) 13
10) 9870

SUBIECTUL III

- a) $5 + 3 = 8 \Rightarrow$ cu un cartonaș de 5 puncte și unul de 3 puncte se câștigă 8 puncte.
 $3 + 3 + 3 = 9 \Rightarrow$ cu 3 cartonașe de câte 3 puncte se câștigă 9 puncte.
 $5 + 5 = 10 \Rightarrow$ cu două cartonașe de 5 puncte se câștigă 10 puncte.
- b) Cu două cartonașe de 3 puncte se câștigă 6 puncte. Cu un cartonaș de 3 puncte și unul de 5 puncte se câștigă 8 puncte. Cu două de 5 puncte se câștigă 10 puncte. Deci nu poate primi 7 puncte.
- c) Notăm cu x numărul de cartonașe de 3 puncte și cu y numărul de cartonașe de 5 puncte. Punctajul câștigat în acest caz este $3x + 5y$ și trebuie să fie număr par. Pentru ca suma să fie număr par, fie trebuie să fie ambii termeni pari, fie ambii impari. În situația în care ambii termeni ar fi pari, trebuie ca x și y să fie pari, deci suma lor pară, adică numărul

total de cartonașe este par. În cazul în care ambii termeni ar fi impari, trebuie ca x și y să fie impari, deci suma lor pară, adică numărul total de cartonașe este tot par.

- d)** Notăm cu x numărul de cartonașe de 3 puncte și cu y numărul de cartonașe de 5 puncte. Suma eliberată va fi $3x + 5y$. Pentru ca suma să fie impară, unul dintre termeni trebuie să fie impar și unul par, deci fie x este par și y impar, fie x este impar și y par. În ambele situații, $x + y$ este impar, adică numărul total de cartonașe este impar.

- e)** Numărul cartonașelor este cu atât mai mic, cu cât valoarea cartonașelor este mai mare, deci vom alege cât mai multe cartonașe de 5 puncte. Cum suma de 1000 de puncte se împarte exact la 5, rezultă că putem folosi numai cartonașe de 5 puncte și deci numărul minim de cartonașe este 200.

- f)** Numărul cartonașelor este cu atât mai mare, cu cât valoarea cartonașelor este mai mică, deci vom alege cât mai multe cartonașe de 3 puncte.

$$1000 = 3 \cdot 333 + 1, \text{ deci nu poate primi numai cartonașe de 3 puncte.}$$

$$1000 = 3 \cdot 332 + 4, \text{ deci nu poate primi 332 cartonașe de 3 puncte.}$$

$$1000 = 3 \cdot 331 + 7, \text{ deci nu poate primi 331 cartonașe de 3 puncte.}$$

$$1000 = 3 \cdot 330 + 10 = 3 \cdot 330 + 5 \cdot 2$$

Deci poate primi 1000 de puncte cu 330 cartonașe de 3 puncte și 2 cartonașe de 5 puncte, adică în total 332 de cartonașe. Numărul maxim de cartonașe este 332.

- g)** Am arătat la punctul **a)** că poate primi 8 puncte, 9 puncte și 10 puncte. Adunând 3 puncte la fiecare (adică un cartonaș în plus) obținem 11 puncte, 12 puncte și 13 puncte, adunând încă 3 puncte obținem 14 puncte, 15 puncte și 16 puncte etc. Altfel spus, dacă punctajul este de forma $3k$, atunci folosim k cartonașe de 3 puncte. Dacă punctajul este de forma $3k + 1$, atunci folosim $k - 3$ cartonașe de 3 puncte și 2 cartonașe de 5 puncte. Dacă punctajul este de forma $3k + 2$, atunci folosim $k - 1$ cartonașe de 3 puncte și un cartonaș de 5 puncte. Obligativ, orice punctaj, s-ar afla într-una din situațiile de mai

sus, deci orice punctaj cuprins între 8 puncte și 1000 de puncte, poate fi achitat.

SUBIECTUL IV

- a) Culegerea are 500 de pagini, iar un capitol are 20 de pagini, deci culegerea are $500 : 20 = 25$ capitole.
- b) Deoarece un capitol are cel puțin 25 de figuri geometrice, numărul cel mai mic de figuri geometrice este $25 \cdot 25 = 625$.
- c) Numerele paginilor de pe o foaie sunt consecutive. Notăm cu x numărul paginii din stânga și cu $x + 1$ pe cel al paginii din dreapta. Avem
- $$x + x + 1 = 605 \Rightarrow 2x = 604 \Rightarrow x = 302.$$
- d) Primele 15 capitole au $15 \cdot 20 = 300$ pagini numerotate de la 1 la 300.
- De la 1 la 9 sunt 9 numere de o cifră \Rightarrow 9 cifre
- De la 10 la 99 sunt 90 de numere de 2 cifre \Rightarrow 180 cifre
- De la 100 la 300 sunt 201 numere de 3 cifre \Rightarrow 603 cifre
- În total s-au folosit $9 + 180 + 603 = 792$ cifre.
- e) Pe 5 foi consecutive apar zece numere consecutive. Printre 10 numere naturale consecutive, există sigur unul care conține cifra 0, deci produsul cifrelor va fi 0.
- f) Culegerea conține cel puțin 625 de figuri geometrice. O pagină are cel mult 5 figuri geometrice, deci vom avea cel puțin $625 : 5 = 125$ pagini cu figuri geometrice. În acest caz, cel mult $500 - 125 = 375$ pagini nu vor avea figuri geometrice.