

Olimpiada de Matematică
faza județeană- Galați
7 martie-2009
Clasa a V-a

Problema 1. Fie a, b, c trei numere naturale care împărțite pe rând la 2009 dau resturile 1935, 700 și 800. Să se determine restul împărțirii numărului $a + 3 \cdot b + 5 \cdot c$ la 2009.

Marcel Manea, profesor, Galați

Problema 2. Să se demonstreze că fracția $\frac{8^n + 2^n - (3^n + 7^n)}{9^n - 4^n}$ se poate simplifica printr-un număr natural diferit de zero și de 1, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

Milu Cîrmaciu, profesor, Galați

Problema 3. Să se determine numerele de forma \overline{abcd} , $a \neq 0$, știind că aceste numere verifică egalitatea: $3 + 6 + 9 + \dots + \overline{abcd} = \overline{abcd000}$.

Ionel Patriche, profesor, Galați

Problema 4. Să se determine cel mai mic număr natural n , astfel încât numărul zerourilor cu care se termină numărul $(n+10)!$ să fie cu 2009 mai mare decât numărul zerourilor cu care se termină numărul $n!$ (unde $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$).

Vasile Popa, profesor, Galați

Clasa a VI-a

Problema 1. Numărul natural n dă restul 3 la împărțirea prin 5 și restul 2 la împărțirea prin 7. Ce rest se obține la împărțirea lui n prin 35?

Viorica Bujor, profesor, Galați

Problema 2. Fie unghiul $\sphericalangle AOB$ cu măsura de 91° și n puncte distincte M_1, M_2, \dots, M_n , $n \in \mathbb{N}^*$ aflate în interiorul unghiului $\sphericalangle AOB$, astfel încât:

$$\sphericalangle AOM_1 \equiv \sphericalangle M_1OM_2 \equiv \dots \equiv \sphericalangle M_nOB.$$

Dacă unghiurile $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOD$ sunt adiacente suplementare, se cere:

- Să se determine cel mai mare număr natural n , unde $m(\sphericalangle AOM_1) = x^\circ$, $x \in \mathbb{N}^* - \{1\}$
- Să se calculeze măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOD$
- Dacă numărul natural n este determinat la punctul (a), punctul C se află în interiorul unghiului $\sphericalangle AOB$, iar p și q sunt numere prime, unde $p^\circ = m(\sphericalangle AOC)$ și $q^\circ = m(\sphericalangle BOC)$, $p > q$, să se demonstreze că nu există o semidreaptă $[OM_i, i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}]$, care să fie bisectoare a unui unghi $\sphericalangle (COM_p)$, $p \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$.

Milu Cîrmaciu, profesor, Galați

Problema 3. Să se determine câte numere naturale de forma $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$ au proprietatea că numărul 4 divide numărul $(a+2) \cdot (b+2) \cdot (c+2)$, unde $a, b, c \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$.

Vasile Popa, profesor, Galați

Problema 4. Să se determine restul împărțirii numărului $a = \underbrace{200920092009\dots2009}_{2008 \text{ cifre}}$ prin 21.

Dumitru și Rodica Balan, profesori, Galați