

CONCURSUL "GAVRIL TULAI" – EDIȚIA a V-a
NĂSĂUD, 8 MAI 2010

Clasa a VII-a

(7p) 1. Determinați \overline{ab} pentru care $\sqrt{ab-ba} = a+b, a \neq b$.

Prof.Valer Pop, Șc.Gen. "Enea Grapini" – Șanț

(7p) 2. În triunghiul ABC bisectoarea unghiului B intersectează latura AC în D. Să se demonstreze că dacă $CD = \frac{ac-c^2}{b}$, unde $BC=a, AC=b, AB=c$, triunghiul ABC este dreptunghic.

Prof.Albinița Ardelean și prof. Daniel Stanciu, ISJ Bistrița-N.

(7p) 3. Fie triunghiul dreptunghic ABC, ($m(\sphericalangle A) = 90^\circ$) cu $AB \geq 1$ și $AC \geq 1$ și D proiecția punctului A pe (BC). Să se arate că: $\frac{BC\sqrt{2}}{AD} \geq \frac{1}{BD} + \frac{1}{DC}$.

Prof. Ioan Tebieș, C.N."George Coșbuc" – Năsăud

Clasa a VIII-a

(7p) 1. Fie $n \in \mathbb{N}$. Determinați $x \in \mathbb{Q}$ astfel încât:

$$\frac{nx-1}{n+1} + \frac{(n+1)x-1}{n+2} + \frac{(n+2)x-1}{n+3} + \dots + \frac{(2n+1)x-1}{2n+2} = \frac{n}{n+1} + \frac{n+1}{n+2} + \frac{n+2}{n+3} + \dots + \frac{2n+1}{2n+2} - (n+2)$$

Prof. Anca Cărcu, C.N."GCoșbuc" – Năsăud

(7p) 2. a) Arătați că: $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}$ și $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+3} = \frac{3}{n(n+3)}$.

b) Care este al cincilea termen al sumei $S = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{2}{2 \cdot 4} + \frac{3}{4 \cdot 7} + \dots$?

c) Arătați că suma primilor cinci termeni este un număr subunitar.

Prof. Ioan Tripa, Șc.Gen. Maieru

(7p) 3. În cubul ABCDA'B'C'D' de latură l se construiesc punctele $E = \text{pr}_{BD'}A$ și $F = \text{pr}_{BD'}B$.

Se cer:

(1p) a) $\cos(B'AC)$;

(2p) b) $d(A, BD')$;

(2p) c) $BE^2 - BF^2$;

(2p) d) poziția diagonalelor BD' față de planul $\Delta AB'C$.

Prof.dr.Gheorghe Pleș, C.N."George Coșbuc" – Năsăud