

SUBIECTE
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ – județul Ialomița
13.02.2010
CLASA a VII a

Subiectul I

- a) Determinați perechile de cifre nenule, diferite de 9 (în sistemul de numerație zecimal), de forma (a, b) care verifică relația $\sqrt{0,(a)} = 0,(b)$;
- b) Fie mulțimea $A = \{\sqrt{0,(a)} \mid a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}\}$. Arătați că suma elementelor mulțimii $A \cap \mathbb{Q}$ este număr natural.

Subiectul II

- a) Verificați egalitatea $\sqrt{\frac{7-4\sqrt{3}}{4-2\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$;
- b) Arătați că pentru orice număr real, pozitiv x este verificată relația $\sqrt{2x} + \sqrt{2x+2008} + \sqrt{2x+2009} \leq 3x + 2010$

Subiectul III

Se consideră triunghiul ABC în care M este mijlocul laturii $[AC]$, iar N este mijlocul segmentului $[BM]$. Punctul F se află pe dreapta AB astfel încât $AB = BF$, iar $AN \cap FC = \{E\}$. Arătați că $ABEM$ este paralelogram.

Subiectul IV

În pătratul $ABCD$ considerăm punctele $E \in (BC)$, $F \in (DC)$, notăm cu $AF \cap BC = \{P\}$. Arătați că $BE + DF = AB$ dacă și numai dacă $EF \perp DP$.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 3 ore. Punctajul pentru fiecare problemă este de la 0 la 7.