INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN VÂLCEA
SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA
FILIALA VÂLCEA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 13.02.2010
CLASA A VII- A

SUBIECTUL I

Rezolvaţi în **N*** ecuaţia:

$$\frac{1}{n+1}+\frac{2n}{(n+1)(n+3)}+\frac{3n}{(n+3)(n+6)}+\frac{4n}{(n+6)(n+10)}+\frac{5n}{(n+10)(n+15)}=\frac{n+5}{2n+5}.$$

Prof. Alexandru Banu, Cernişoara, Vâlcea

SUBIECTUL II

a) Determinaţi valoarea raportului $\frac{17a-7b}{7a+3b}$, ştiind că : $\frac{2a-b}{a+2b}=\frac{1}{2}$.

G.M.10

b) Fie a,b,c,k$\in \mathbb{N}^*$ astfel încât $\frac{a^{4k}}{b^{2k}c^{2k}}, \frac{b^{4k}}{a^{2k}c^{2k}}, \frac{c^{4k}}{a^{2k}b^{2k}}$ să fie numere naturale.
Demonstraţi că : $a^{6k}+b^{6k}+c^{6k}=3(a^2b^2c^2)^k$.

G.M.7-8-9

SUBIECTUL III

a) În patrulaterul ABCD, unghiurile $\measuredangle ABC$ şi $\measuredangle ADC$ sunt drepte. Pe laturile [BC] şi [DC] luăm punctele M şi respectiv N, astfel încât BM=DN şi $\measuredangle BAM \equiv \measuredangle DAN$. Să se arate că BC=CD şi că diagonalele patrulaterului ABCD sunt perpendiculare.

b) Pe un cerc sunt scrise numerele naturale de la 1 la N, astfel încât fiecare două numere vecine să aibă cel puţin o cifră comună. Să se găsească cel mai mic număr N pentru care se poate realiza acest lucru şi să se dea un astfel de exemplu.

Prof. Adrian Burlan, Rm. Vâlcea

SUBIECTUL IV

În trapezul isoscel ABCD, baza mare [CD]este congruentă cu diagonala [AC], iar AC$\cap$BD={O}. Dacă BM$\perp$BC, M$\in$[AC] şi DM$\cap$[AB]={E}, demonstraţi că :

a) $\measuredangle ABM \equiv \measuredangle OBM$; b) EO$\perp$DC.

Prof. Leon Genoiu, Rm. Vâlcea

Timp de lucru: **3ore**
Fiecare subiect este punctat cu **10** puncte din care **3** puncte din oficiu.