

OLIMPIADA LOCALA DE MATEMATICĂ

13 FEBRUARIE 2010

CLASA A VII-A

1. Fie $a_n = \sqrt{11^n + 1001}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Aflați prima zecimală a numărului a_1 și arătați că a_n este irațional $\forall n \in \mathbb{N}^*$

2. a) Să se rezolve ecuația $x + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = 2010$, știind că $x, y, z \in \mathbb{Z}^*$

b) Avem șapte numere naturale pătrate perfecte diferite; arătați că există două dintre ele a căror diferență se divide cu 20.

3. În pătratul ABCD, M este mijlocul lui [AB] și $DM \cap AC = \{N\}$. Arătați că aria patrulaterului OBMN este o șesime din aria pătratului, unde $AC \cap BD = \{O\}$.

4. În triunghiul ABC, $AB < AC$. Fie $D \in (AB)$, $E \in (AD)$ și $E \in (AC)$, $F \in (AE)$,

astfel încât $[BD] \equiv [CE]$. Perpendicularele din B și D pe bisectoarea $\sphericalangle BAC$

intersectează AC în P, respectiv Q.

a) Arătați că $[PQ] \equiv [CE]$.

b) Dacă M și N sunt respectiv mijloacele segmentelor [DE] și [BC] să se arate că MN este paralelă cu bisectoarea unghiului BAC.

c) Dacă $AC = AB + BD$, arătați că punctele C și Q coincid și $BC = 2MC$.

NOTA