Inspectoratul Şcolar Judeţean **Harghita**

Olimpiada de matematică – clasa a VII-a etapa zonală

<u>Varianta 1</u>

1. Să se determine cifrele x şi y (în baza 10) astfel încât $x < y$ şi $\sqrt{\overline{0,xx(y)} + \overline{0,yy(x)}} = 0,(6).$
2. Fie numerele a = 3n+2, b=5n+3, $n \in \mathbb{N}$. Demonstraţi că a şi b sunt prime între ele, oricare ar fi numărul natural n.
3. Arătaţi că numărul
$p = n \cdot \left[\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{1}{k}\right)-\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{k}\right)\right]$ este natural, oricare ar fi n număr natural şi k număr natural nenul, k divizor al lui n.
4. Fie BM şi CN medianele triunghiului oarecare ABC. Prelungim medianele cu segmentele (MP)≡(BM) şi (NQ)≡(NC). Arătaţi că :
   a) A, P şi Q sunt coliniare; b) QBCP este trapez;
   c) Dacă în patrulaterul AQBC măsura unghiului C este o treime din suma măsurilor unghiurilor B, Q şi A atunci AQBC este dreptunghi.
5. Punctele A, B şi C sunt situate pe dreapta d. Pe aceiaşi parte a dreptei d luăm punctele A', B' şi C' astfel încât $AA' \parallel BB' \parallel CC'$ şi $(AA') \equiv (BC)$, $(BB') \equiv (AC)$, $(CC') \equiv (AB)$
   Să se demonstreze că triunghiul $A'B'C'$ este dreptunghic!

Ionescu Doina (1, 2, 3, 4), Bencző Piroska (5)

<u>Varianta 2</u>

1. Dacă *a, b ,c, d* sunt cifre în baza 10, să se demonstreze că dacă
$n = \overline{0,abc(d)} + \overline{0,bad(c)} + \overline{0,cda(b)} + \overline{0,dcb(a)}$ şi n nu este fracţie periodică, atunci n este număr natural!
2. Demonstraţi că $\sqrt{2010 + 2\cdot(1+2+3+\ldots+2009)}$ este număr raţional!
3. a, b şi c sunt numere naturale şi $5a + 2b = 3c$. Demonstraţi că $p = (a+b)\cdot(b+c)\cdot(c+a)$ este divizibil cu 30.
4. În trapezul $ABCD$ $AB \parallel CD$, $[AD] \equiv [DC] \equiv [BC]$ şi $m(\sphericalangle A) = m(\sphericalangle B) = 60^\circ$. Ducem perpendiculara $DE \perp AC$, $E \in (AC)$ şi notăm cu F intersecţia dreptei DE cu AB. Să se arate că :
   a) $AFCD$ este romb
   b) $AC \perp BC$
   c) $BC = 2 \cdot EF$
5. În triunghiul ABC $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$. Notăm cu D piciorul perpendicularei din A pe BC şi cu M mijlocul catetei $[AB]$. Bisectoarele unghiurilor $(\sphericalangle ABC)$ şi $(\sphericalangle DAC)$ se intersectează în punctul E. Să se demonstreze că triunghiul AME este isoscel.

Szőcs Péter (1, 2), Nagy Jenő (3), Constantinescu Ágnes (4, 5)