

**CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
„JOSE MARTI”- EDIȚIA A VI-A**

BUCUREȘTI, 13.01.2007

Clasa a VII-a

1. a) Demonstrați că dacă $\frac{A}{1,25 - \frac{3}{4}} = \frac{1\frac{3}{5} - 0, (2)}{0,0(2)}$, atunci A este număr natural.
- b) Demonstrați că scrierea zecimală a numărului 31^{100} are mai puțin de 150 de cifre.
2. Două urne conțin, fiecare, câte n bile numerotate de la 1 la n . Notăm cu p_n probabilitatea ca, extrăgând câte o bilă din fiecare urnă, suma numerelor înscrise pe cele două bile să se dividă cu 3.
- a) Calculați p_8 ;
- b) Comparați numerele p_8 și p_9 .
3. a) O dreaptă d intersectează laturile (XY) și (XZ) ale triunghiului XYZ în punctele M și respectiv N . Bisectoarea unghiului $\angle ZXY$ intersectează bisectoarea unghiului $\angle NMY$ în punctul I . Arătați că (NI) este bisectoarea unghiului $\angle MNZ$.
- b) Fie paralelogramul $ABCD$ cu centrul O . Mediatoarea segmentului $[AC]$ intersectează dreapta CD în punctul E , mediatoarea segmentului $[BD]$ intersectează dreapta AB în punctul F , iar dreptele AE și DF se intersectează în P . Arătați că $\angle APO \equiv \angle DPO$.
4. a) Arătați că dacă x și y sunt numere naturale astfel încât $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$, atunci $x^2 + y^2$ este pătrat perfect.
- b) Arătați că numărul $N = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2007^2$ poate fi scris ca sumă de 1957 pătrate perfecte diferite două câte două.

Timp de lucru: 3 ore