Concursul național de matematică

"LAURENȚIU PANAITOPOL"

București, 20.11.2010

Clasa a VII-a

1. Determinați numerele naturale *a*, *b* și $A=2^a\cdot 3^b$, știind că numărul $2\cdot A$ are cu 3 divizori mai mulți decât *A*, iar $3\cdot A$ are cu 4 divizori mai mulți decât *A*.

2. Se consideră numerele $x=\frac{3n+2}{4}$ și $y=\frac{28}{3n+1}$, unde $n\in\mathbb{N}$.

a) Verificați dacă numerele *x* și *y* pot fi simultan numere naturale;

b) Determinați numerele naturale *n* pentru care $x\cdot y\in\mathbb{N}$.

3. Fie $A=\{x_1,x_2,...,x_8\}\subset\mathbb{Z}$. Suma elementelor din mulțimea *A* este egală cu 0. Fiecare element $x_i\in A$, $i\in\{1,2,...,8\}$ se înmulțește cu suma celorlalte elemente din *A* și se obține produsul P_i. Definim $S_A=P_1+P_2+...+P_8$.

a) Arătați că $S_A<0$;

b) Determinați mulțimile *A* cu proprietățile că $S_A=-200$, iar modulele elementelor din *A* sunt distincte și cel mult egale cu 8.

4. Fie *M* mijlocul laturii $[BC]$ a triunghiului ascuțitunghic *ABC*. Pe laturile $[AB]$ și $[AC]$ se construiesc, în exterior, triunghiurile isoscele *ABD* și *ACE* astfel încât $AB=AD$, $AC=AE$, iar unghiurile $\widehat{DAB}$ și $\widehat{CAE}$ să fie suplementare.

Demonstrați că $AM=\frac{1}{2}\cdot DE$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.
Timp de lucru: 3 ore efectiv.