

Școala cu clasele I-VIII „Regina Maria”  
Sibiu, Str. Zaharia Boiu Nr. 1

**Concursul interjudețean de matematică „Regina Maria” ediția VII-a  
20 noiembrie 2010  
clasa a IV-a**

**1.**

a) Aflați  $a$  din:  $[(5 + a : 3) : 13 + 8] \cdot 6 - 12 = 42$

b) Aflați numărul  $\overline{abc}$  știind că cifra unităților este suma dintre cifra zecilor și cea a sutelor, cifra zecilor este dublul cifrei sutelor și  $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = 132$

Prof. Monica Guita

**2.** Să se determine toate numerele de cinci cifre care respectă următoarele condiții: cifra zecilor de mii este mai mică decât 3, cifra miilor este cu 5 mai mare decât cea a zecilor de mii, cifra sutelor este triplul cifrei zecilor de mii, cifra zecilor este succesorul cifrei miilor, cifra unităților mai mare ca 5, iar suma cifrelor numărului este un număr impar.

Prof. Delia Șerb

**3. a)** Într-un tren două vagoane de clasa I și trei vagoane de clasa a II-a au în total 168 locuri, iar două vagoane de clasa I și șapte vagoane de clasa a II-a au în total 328 locuri.

Câte locuri are un vagon de clasa a II-a? Dar 10 vagoane de clasa I ?

**b)** În tren urcă 90 de călători. Numărul femeilor care urcă este de trei ori mai mare decât numărul copiilor, iar diferența dintre numărul femeilor și numărul copiilor reprezintă jumătate din diferența dintre numărul bărbaților și numărul copiilor.

Câți copii, câte femei și câți bărbați urcă în tren?

Prof. Felicia Brodețchi

**4.** Aflați numărul posibil al mobilului meu știind că îndeplinește următoarele condiții:

a) Folosește o singură dată toate cifrele

b) Prima și ultima cifră sunt numere consecutive

c) A doua și penultima cifră sunt numere consecutive impare

d) Prima cifră este cea mai mică, iar următoarea este cu 4 mai mare decât suma cifrelor celui mai mic număr de trei cifre diferite.

e) Restul cifrelor sunt așezate în ordine descrescătoare.

Prof. Delia Pastramă

Notă : - Fiecare problemă se notează cu 7 puncte.

- Timp de lucru 2 ore 30 min.

Școala cu clasele I-VIII „Regina Maria”  
Sibiu, Str. Zaharia Boiu Nr. 1

**Concursul interjudețean de matematică „Regina Maria” ediția VII-a  
20 noiembrie 2010  
clasa V-a**

1. a) La un concurs de matematică, dintr-o clasă de 25 de elevi, 16 au rezolvat prima problemă, 22 au rezolvat a doua problemă, 18 au rezolvat a treia problemă și 23 de elevi au rezolvat problema patru. Arătați că cel puțin 4 elevi au rezolvat toate cele patru probleme.
- b) Pentru construirea unei piramide, egiptenii trebuiau să transporte pe apă dintr-o carieră 65 blocuri de piatră, în greutate de 666 Kg, 668 Kg, 670 Kg, ....., 794 Kg. Pentru transportul acestor blocuri de granit ei aveau la dispoziție 8 bărci, cu o capacitate de maxim 6000 Kg fiecare. Au putut ei transporta blocurile de granit, dacă fiecare barcă a făcut un singur transport? (Motivați răspunsul ales)

prof. Marius Macrea și Mioara Macrea

2. a) Calculați  $n = 28 \cdot 27^{12} - 3^{36} - 27^{13}$
- b) Determinați  $x$  din:  $x \cdot 2^{2008} + 2^{2009} = 2^{2011} - 2^{2010}$
- c) Comparați numerele  $x$  și  $y$  știind că:  
 $x = 2^{2010} - 2^{2009} - 2^{2007}$  și  $y = 27^{100} \cdot (3^4)^{10} : 3^2 \cdot 9^{500}$

Prof. Monica Guita

3. a) Determinați numărul natural de forma  $\overline{ab8}$  care împărțit la numărul natural  $\overline{ba}$  dă câtul 19 și restul 35.
- b) Aflați suma resturilor pe care le obținem dacă împărțim toate numerele mai mari ca 200 și mai mici decât 700 la 37.

Prof. Doina Tatu

4. a) Două treimi din jumătatea numărului 114, reprezintă jumătatea treimii unui număr natural  $x$ . Aflați numărul  $x$ .
- b) Două treimi din jumătatea unui număr este cât jumătatea treimii celui de-al doilea. Știind că suma lor este 6030, aflați cele două numere.

Prof. Delia Pastramă

Notă : - Fiecare problemă se notează cu 7 puncte  
- Timp de lucru 2 ore 30 min.

**Concursul interjudețean de matematică „Regina Maria” ediția VII-a  
20 noiembrie 2010  
clasa VI-a**

1. a) Aflați numărul  $n \in \mathbf{N}^*$ ,  $n < 10$ , dacă  $\text{cmmmc} [n, n + 3] < 40$ . Aflați  $\text{cmmmc}$  pentru fiecare caz în parte.  
b) Arătați că numerele  $3n + 11$  și  $4n + 15$  sunt prime între ele pentru orice  $n \in \mathbf{N}$ .
- Prof. Cristian Săucea
2. Fie numerele  $a = x \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + y \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right)$  și  $b = y \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + x \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right)$ , unde  $x$  și  $y$  sunt numere raționale pozitive.
- a) Dacă  $a = b$ , demonstrați că numărul  $y$  este de 4 ori mai mare decât numărul  $x$ .
- b) Dacă  $y = 4x$ , calculați valoarea fracției  $\frac{3a + 7b}{2a + 3b}$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numerele definite anterior.
- c) Comparați numerele  $a$  și  $b$ , dacă  
 $a = 0,2(3) \cdot [0,5 - 0,(3)] + 0,9(5) \cdot [0,25 - 0,2]$  și  
 $b = 0,9(5) \cdot [0,(3) - 0,25] + 0,2(3) \cdot [0,2 - 0,1(6)]$

Prof. Mărcuț Teodor

3. a) Fiind date 5 puncte, stabiliți câte drepte se pot trasa, unind câte două puncte din cele 5;  
b) Aranjați 6 puncte pe 3 drepte, astfel încât pe fiecare dreaptă să fie exact 3 puncte;  
c) Fiind date 10 puncte, aflați numărul maxim de drepte care se pot trasa, unind câte 2 din cele 10 puncte;  
d) Aranjați 10 puncte pe 5 drepte, astfel încât pe fiecare dreaptă să fie exact 4 puncte.
- Prof. Dragoie Mihaela
4. Fie punctele  $A, B, C$  în această ordine astfel încât  $AB = m + 1$  și  $AC = n$ , cu  $m$  și  $n$  numere naturale. Fie punctele  $M_1, M_2, M_3, \dots, M_8$  mijloacele segmentelor  $[AB]$ ,  $[M_1B]$ ,  $[M_2B]$ ,  $\dots$ ,  $[M_7B]$  și  $N_1, N_2, N_3, \dots, N_8$  mijloacele segmentelor  $[BC]$ ,  $[BN_1]$ ,  $[BN_2]$ ,  $\dots$ ,  $[BN_7]$ .
- a) Aflați numărul natural  $n$  dacă  $M_8N_8 = 16$ .  
b) Aflați numărul natural  $m$  dacă  $m \in D_n$  unde  $n = 2^{12}$ .

Prof. Corina Constantin

Notă : - Fiecare problemă se notează cu 7 puncte  
- Timp de lucru 2 ore 30 min.

Școala cu clasele I-VIII „Regina Maria”  
Sibiu, Str. Zaharia Boiu Nr. 1

**Concursul interjudețean de matematică „Regina Maria” ediția VII-a  
20 noiembrie 2010  
clasa VII-a**

1. a) Să se determine numerele întregi  $a$  și  $b$  care verifică condițiile:

$$|a| = 10, \quad |b| = 5 \quad \text{și} \quad |a - b| = 15$$

b) Să se determine numerele întregi  $x$  și  $y$  știind că  $|x| < 6$  și  $3x + 5y = 15$ .

Prof. Delia Șerb

2. Se dă șirul de numere raționale:

$$a_1 = 1 + 1^{-1}; a_2 = 1 + 2^{-1}; a_3 = 1 + 3^{-1}; \dots; a_{2005} = 1 + 2005^{-1}$$

a) Comparați  $a_{2004}$  cu  $a_{2005}$

b) Aflați  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $n \leq 2003$ , astfel încât  $a_n \cdot a_{n+1} \cdot a_{n+2} \in \mathbb{N}$

c) Să se afle  $n \in \mathbb{N}^*$  din egalitatea

$$\frac{7}{7 \cdot 9} + \frac{7}{9 \cdot 11} + \dots + \frac{7}{(n-2) \cdot n} = \frac{2001}{4016}$$

Prof. Mioara Ghiță

3. Fie  $\Delta ABC$  iar  $M, N$  proiecțiile punctului  $A$  pe bisectoarele exterioare ale unghiurilor  $B$  și  $C$  ale triunghiului  $ABC$  și  $\{I\} = MB \cap NC$ .

a) Arătați că  $AI$  e bisectoarea unghiului  $A$  a  $\Delta ABC$

b) Arătați că  $MN \parallel BC$

c) Arătați că  $MN = p$ , unde  $p$  e semiperimetrul  $\Delta ABC$ .

Prof. Mihai Popa

4. Fie  $ABCD$  un paralelogram cu  $AB > BC$  și  $AB = 9$  cm. Bisectoarele interioare unghiurilor  $A$  și  $B$  intersectează latura  $CD$  în punctele  $A'$  și  $B'$  astfel încât  $[DB'] \equiv [B'A'] \equiv [A'C]$ . Notăm  $\{O\} = AA' \cap BB'$ ,  $O$  aflându-se în interiorul paralelogramului.

a) Aflați perimetrul paralelogramului  $ABCD$ .

b) Demonstrați că  $AA' \perp BB'$ .

c) Dacă aria triunghiului  $A'OB'$  este egală cu  $x$  cm<sup>2</sup>, arătați că aria paralelogramului  $ABCD$  este egală cu  $16 \cdot x$  cm<sup>2</sup>.

Prof. Nicoleta Bocuț

Notă : - Fiecare problemă se notează cu 7 puncte  
- Timp de lucru 2 ore 30 min.

Școala cu clasele I-VIII „Regina Maria”  
Sibiu, Str. Zaharia Boiu Nr. 1

**Concursul interjudețean de matematică „Regina Maria” ediția VII-a  
20 noiembrie 2010  
clasa VIII-a**

1. a) Arătați că:  $\frac{3}{2\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{15}} + \frac{5}{2\sqrt{6}} > 3$ ;

b) Pentru  $n \in \mathbb{N}^*$  ordonați crescător numerele:

$$x = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}, y = \frac{1}{2\sqrt{n}}, z = \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}}$$

c) Calculați partea întreagă a numărului  $a = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2010}}$ .

Prof. Liviu Ardelean

2. a) Descompuneți în factori  $x(x+5)(x+6)(x+11) + 225$

b) Rezolvați ecuația

$$\left(\sqrt{2} \cdot \frac{x+2010}{x-2010}\right)^2 - 4 = -\left(\frac{x-2010}{x+2010} \cdot \sqrt{2}\right)^2 \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{-2010; 2010\}$$

Prof. Gheorghe Floarea

3. Se dă cubul  $ABCDEFGH$ , în care  $O_1$  și  $O_2$  sunt centrele cercurilor înscrise în triunghiurile  $ADB$ , respectiv  $BCD$ . Știind că  $O_1O_2 = 2$  cm, calculați:

a). muchia cubului;

b). măsura unghiului dintre dreptele  $EO_2$  și  $GO_1$ ;

c). sinusul unghiului dintre dreptele  $PF$  și  $BG$ , unde  $P$  este simetricul lui  $D$  față de  $H$ .

Prof. Simona Dumitrescu

4. Fie pătratul  $ABCD$  și rombul  $ABEF$  cu  $AD \perp (ABE)$ ,  $BD = 12\sqrt{2}$  cm și

$m(\sphericalangle FAB) = 120^\circ$ . Bisectoarea  $\sphericalangle ABD$  intersectează pe  $AD$  în  $P$  iar bisectoarea  $\sphericalangle DBE$  intersectează pe  $DE$  în  $Q$ .

Să se arate că:

a)  $PQ \parallel (ABE)$                       b) Să se calculeze  $d(PQ, AE)$

c) O furnică merge din  $F$  în  $C$  peste romb și pătrat pe drumul cel mai scurt. Să se afle lungimea acestui drum.

Prof. Pavel Toader

Notă : - Fiecare problemă se notează cu 7 puncte  
- Timp de lucru 2 ore 30 min.