Barem de corectare pentru clasa a V-a

Subiectul 1.

- Oficiu 1p
- Adaugă 0 în şir 1p
- Grupează numerele în perechi de forma $(a, 10^n - 1 - a)$ 3p
- Observă că suma cifrelor din fiecare pereche este $9n$ 3p
- Calculează numărul perechilor ca fiind $\frac{10^n}{2}$ 1p
- Suma totală este $9n\frac{10^n}{2}$ 1p

Subiectul 2.

- Oficiu 1p
- În primul caz, prima cifră este 1 .... 0,75p
- Atunci $\overline{1xy\dots zt} \cdot 7 = \overline{xy\dots zt1}$, deci $t = 3$ 1p
- $\overline{1xy\dots z3} \cdot 7 = \overline{xy\dots z31}$, deci $z = 3$ 1p
- Toate cifrele numărului căutat sunt egale cu 3 .... 1,25p
- Prima cifră a numărului este 1, deci nu există astfel de numere .. 0,5p
- În cel de-al doilea caz prima cifră este 1 .... 0,75p
- Are loc $\overline{1xy\dots zt} \cdot 9 = \overline{xy\dots zt1}$, deci $t = 9$ 1p
- $\overline{1xy\dots z9} \cdot 9 = \overline{xy\dots z91}$, deci $z = 9$ 1p
- Toate cifrele numărului căutat sunt egale cu 9 .... 1,25p
- Prima cifră a numărului este 1, deci nu există astfel de numere .. 0,5p

Subiectul 3.

- Oficiu 1p
- Împarte mulţimea $\{1, 2, \dots, 126\}$ în submulţimi disjuncte astfel încât fiecare element al unei submulţimi să fie de cel mult 2 ori mai mare ca oricare alt element al aceleiaşi submulţimi 4p
- Submulţimile căutate sunt $\{1, 2\}$, $\{3, 4, 5, 6\}$, $\{7, \dots, 14\}$, $\{15, \dots 30\}$, $\{31, \dots, 62\}$, $\{63, \dots, 126\}$ 3p
- Oricum am alege 7 numere din mulţimea $\{1, 2, \dots, 126\}$, cel puţin două vor fi în aceeaşi submulţime 2p

Subiectul 1. Barem de corectare pentru clasa a VI-a

- Oficiu 1p
- Arată că prima cifră poate fi doar 1, dar prin mutarea acesteia la sfârşitul numărului, acesta nu este multiplu de 5, deci nu există astfel de numere 1p
- Arată că prima cifră poate fi doar 1, dar prin mutarea acesteia la sfârşitul numărului, acesta nu este multiplu de 6, deci nu există astfel de numere 1p
- Arată că prima cifră poate fi doar 1, dar prin mutarea acesteia la sfârşitul numărului, acesta nu este multiplu de 8, deci nu există astfel de numere 1p
- In cazul numărului care se dublează, prima cifră este 2 sau 4 ...... 1p
- Dacă prima cifră este 2, atunci $\overline{2xy\ldots zt}\cdot 2=\overline{xy\ldots zt2}$ şi t este 1 sau 6 .... 1p
- Dacă $t=1$, atunci $\overline{2xy\ldots z1}$ este impar, iar $\overline{xy\ldots z12}$ este multiplu de 4, contradicţie 0,75p
- Dacă $t=6$, atunci $\overline{2xy\ldots z6}\cdot 2=M_4$, iar $\overline{xy\ldots 62}\neq M_4$, contradicţie 0,75p
- Dacă prima cifră este 4, atunci $\overline{4xy\ldots zt}\cdot 2=\overline{xy\ldots zt4}$, deci t este 2 sau 7 .... 1p
- Dacă $t=2$, $\overline{4xy\ldots z2}\cdot 2=\overline{xy\ldots z24}$ şi z este 1 sau 6. În primul caz, $\overline{4xy\ldots 12}\cdot 2=M_8$ şi $\overline{xy\ldots 124}\neq M_8$. În al doilea caz, $\overline{4xy\ldots 62}\cdot 2\neq M_8$ şi $\overline{xy\ldots 624}=M_8$ 0,75p
- Dacă $t=7$, $\overline{4xy\ldots z7}\cdot 2=\overline{xy\ldots z74}$ şi z este 3 sau 8. Arată că în ambele cazuri nu există astfel de numere 0,75p

Subiectul 2.

- Oficiu 1p
- a) Observă că $a^{n+2}+b^{n+2}=(a+b)(a^{n+1}+b^{n+1})-ab(a^n+b^n)$ ... 1p
- Notează $x=a^n+b^n$ şi observă că $x=(a+b)x-abx$, deci $(a-1)(b-1)=0$ 1p
- Dacă $a=1$, atunci $b=1$ şi invers 1p
- b) Arată că a, b, c - distincte 1p
- Presupune $a>b>c\Rightarrow \dfrac{3}{a}<\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}<\dfrac{3}{c}\Rightarrow c<3$ 1p
- $c=1$ nu convine 0,5p
- Pentru $c=2$ rezultă $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{2}$. Atunci $\dfrac{2}{a}<\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}<\dfrac{2}{b}$, de unde $b=3$, deci $a=6$ 2,5p
- Soluţia $a=6$, $b=3$, $c=2$ verifică condiţia problemei 1p

Subiectul 3.

- Oficiu 1p
- Figura 1p
- a) ΔADC este echilateral, $\Delta ADC\equiv\Delta ABC$ şi $[AD]\equiv[DC]\equiv[AC]\equiv[AB]\equiv[CB]$ (1) 1p
- ΔDOC este isoscel şi $m(\widehat{DOC})=2x$, unde $x=m(\widehat{POC})$ 1p
- $\Delta DOC\equiv\Delta MOC$, deci $[DC]\equiv[CM]$ (2) 1p
- Din (1), (2) rezultă că $[AD]\equiv[CM]$ 0,5p
- b) $[CB]\equiv[CM]$, deci $m(\widehat{CBM})=m(\widehat{CMB})$ (3) 1p
- $m(\widehat{CMB})=m(\widehat{OCM})=\frac{180^\circ-2x}{2}=90^\circ-x$ (4) 1p
- $\widehat{CBM}$ este exterior ΔOBC, deci $m(\widehat{CBM})=30^\circ+3x$ (5) 1,5p
- Din (3), (4) şi (5) rezultă că $x=15^\circ$, deci $m(\widehat{POQ})=45^\circ$ 1p

Subiectul 4.

- Oficiu 1p
- Celula q a fost închisă şi deschisă în total de m ori, unde m este numărul divizorilor lui q 3p
- Celula q rămâne deschisă dacă m este un număr impar 2p
- Un număr are numărul divizorilor impar dacă şi numai dacă este pătrat perfect 3p
- Finalizare 1p