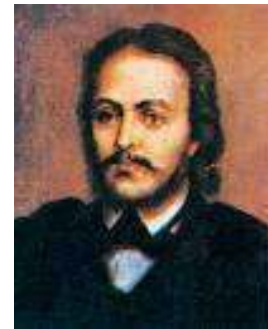




Concursul interjudețean
DISCIPOLII LUI LAZĂR

Matematică - Ediția a VII-a
8 mai 2010

Clasa a IV-a



Gheorghe Lazăr
întemeietorul învățământului
matematic românesc

Subiecte:

I. Aflați cifra a știind că :

$$101 + 202 + 303 + \dots + \overline{a0a} = 3636$$

Gazeta Matematică

II. Determinați numărul natural de trei cifre \overline{abc} , scris în baza 10, știind că, dacă adăugăm cifra 8 la dreapta numărului, obținem un număr de două ori mai mare decât numărul obținut prin adăugarea cifrei 4 la stânga numărului.

Mihaela Ionescu, Ploiești

III. Un melc urcă într-un copac înalt de 22 metri astfel: pe timp de zi, între orele 7 dimineața și 19 seara, urcă 6 metri, iar în timpul nopții, între orele 19 seara și 7 dimineața, doarme, timp în care alunecă în jos 1 metru. Să se calculeze:

- Câți metri a parcurs în total melcul până în vârful copacului;
- Dacă ascensiunea a început marți la ora 7 dimineața, în ce zi și la ce oră a ajuns melcul în vârful copacului?

Maria Brejan, Cristina Marin, Ploiești

IV. În trei bidoane A, B, C se află cantități diferite de apă. Luăm jumătate din cantitatea de apă existentă în bidonul A și o turnăm în cantități egale în celelalte bidoane. Turnăm apoi jumătate din cantitatea existentă în bidonul B în cantități egale în celelalte 2 bidoane. Turnăm în final jumătate din cantitatea existentă în bidonul C în cantități egale în celelalte bidoane. Acum în fiecare din cele trei bidoane sunt 8 litri. Câți litri de apă au fost la început în fiecare bidon?

Camelia Rădulescu, Ploiești

Notă:

Timul efectiv de lucru este de 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect este notat de la 1 la 10.

Școala cu Clasele I-VIII „Sf. Vasile”, Ploiești



Concursul interjudețean
DISCIPOLII LUI LAZĂR

Matematică - Ediția a VII-a
8 mai 2010

Clasa a V-a



Gheorghe Lazăr
întemeietorul învățământului
matematic românesc

Subiecte:

I. Determinați cifrele x și y astfel încât $\frac{x+y}{3} = \overline{x,(y)}$.

Nicolae Gârbovean, Ploiești

II. Produsul a două numere naturale de câte două cifre este 2 646. Dacă micșorăm cifrele unuia dintre factori cu câte două unități, obținem produsul 1 568. Aflați numerele inițiale.

Camelia Rădulescu, Ploiești

III. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 12, 13\}$.

- Să se determine trei submulțimi disjuncte E , F și G ale mulțimii A astfel încât suma elementelor din fiecare submulțime să fie aceeași, iar $\text{card}(E \cup F \cup G)$ să fie cel mai mare posibil;
- Să se determine două submulțimi disjuncte B și C ale mulțimii A astfel încât produsul elementelor din fiecare submulțime să fie același, iar $\text{card}(B \cup C)$ să fie maxim.

Tatiana Pană, Ploiești

IV. Organizatorii unui concurs de dans vor să premieze toate echipele de dansatori și au ca fond de premii 50 de cărți. Știind că echipa clasată pe locul al II-lea primește cu o carte mai puțin decât cea de pe locul întâi, cea de pe locul al III-lea cu o carte mai puțin decât echipa de pe locul al II-lea, ș. a. m. d., aflați câte echipe de dansatori pot participa la concurs.

Cătălina Isofache, Ploiești

Notă:

Timul efectiv de lucru este de 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect este notat de la 1 la 10.



Concursul interjudețean
DISCIPOLII LUI LAZĂR

Matematică - Ediția a VII-a
8 mai 2010

Clasa a VI-a



Gheorghe Lazăr
întemeietorul învățământului
matematic românesc

Subiecte:

I. Verde – Împărat are trei feciori, unul mai voinic decât altul. Vârsta celui mic și a celui mare sunt direct proporționale cu 9 și 10, iar vârstele celui mare și mijlociului sunt invers proporționale cu 5 și 6. Verde Împărat le dă feciorilor săi 372 de săgeți: celui mic de patru ori mai multe săgeți decât anii săi, celui mijlociu un număr de săgeți egal cu triplul vârstei sale, iar celui mare de 10 ori mai multe decât anii săi. Aflați vârsta fiecărui fecior al Împăratului Verde.

Tatiana Pană, Ploiești

II. Cristi își planifică să călătorească de la București la Londra cu un avion pe ruta București-Varșovia (1150km), Varșovia-Paris (1550km), Paris-Londra (650km), cu escale de câte 30 de minute în Varșovia și Paris. Avionul pleacă din București la ora 7.25, zboară cu 600 km/h, dar primii 100 km la decolare și ultimii 50 km la aterizare sunt parcurși de fiecare dată cu 300 km/h. Când ajunge pe aeroportul din Londra, Cristi vede pe panoul de afișaj că la ora 15.25 are o legătură spre New-York. Cât timp așteaptă Cristi în Londra legătura de New-York?

Cristinel Mortici, Târgoviște

III. În $\triangle ABC$ dreptunghic, $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$, $m(\widehat{ACB}) = 15^\circ$. Considerăm punctele $D \in BC$ și $E \in (AC)$ astfel încât $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{EBC}) = 30^\circ$. Demonstrați că $[AB] \equiv [DE]$.

Ilarie Lazăr, Ploiești

IV. Se dă un unghi \widehat{XOY} cu măsura de 75° și un punct $A \in (OX)$. Fie D un punct situat în interiorul unghiului astfel ca $DA \perp (OX)$ și $[DA] \equiv [OA]$. Dacă $C \in (OY)$, astfel încât $m(\widehat{ADC}) = 60^\circ$, demonstrați că $\triangle ADC$ este echilateral.

Profesor Nicolae Tălău, Craiova

Notă:

Timpu efectiv de lucru este de 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect este notat de la 1 la 10.



Concursul interjudețean
DISCIPOLII LUI LAZĂR

Matematică - Ediția a VII-a
8 mai 2010

Clasa a VII-a



Gheorghe Lazăr
întemeietorul învățământului
matematic românesc

Subiecte:

- I. Să se determine aria triunghiului ABC știind că : $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$ și că :
- $$\sqrt{a^2 - 6a + 25} + \sqrt{b^2 - 8b + 41} + \sqrt{c^2 - 10c + 34} \leq 12.$$

- II. a) Să se arate că, oricare ar fi $n \in \mathbf{N}$, $\frac{n}{(n+1)(n+2)} = \frac{2}{n+2} - \frac{1}{n+1}$;
b) Se dau numerele:

$$x = 1 - \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{4} - \frac{4}{5 \cdot 6} + \frac{1}{7} - \frac{7}{8 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{2008} - \frac{2008}{2009 \cdot 2010};$$

$$y = \frac{1}{671} + \frac{1}{672} + \frac{1}{673} + \dots + \frac{1}{2009}.$$

Să se arate că inversul numărului $x-y$ este un număr natural divizibil cu 670.

Gheorghe Bumbăcea, Bușteni

- III. Se dă triunghiul ABC cu $m(\hat{A}) = 36^\circ$ și $m(\hat{C}) = 126^\circ$. Dacă $AB = 8$ cm și $BC = 6$ cm, calcuțați aria triunghiului.

Gazeta matematică

- IV. Fie paralelogramul ABCD și un punct I în interiorul său. Paralelele duse prin I la AB și respectiv BC taie laturile paralelogramului în punctele $E \in AB$, $F \in BC$, $G \in CD$ și $H \in DA$. Să se arate că patrulaterul DGIH și BEIF sunt echivalente dacă și numai dacă $I \in (AC)$.

Ilarie Lazăr, Ploiești

Notă:

Timul efectiv de lucru este de 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect este notat de la 1 la 10.



Concursul interjudețean
DISCIPOLII LUI LAZĂR

Matematică - Ediția a VII-a
8 mai 2010

Clasa a VIII-a



Gheorghe Lazăr
întemeietorul învățământului
matematic românesc

Subiecte:

- I. Arătați că nu există numere reale x , astfel încât :

$$|x - \sqrt{3}| + |x - \frac{3}{2}| = x - 2$$

Gazeta matematică

- II. Fie numerele:

$$a = \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{98 \cdot 99}$$
$$b = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}$$
$$x = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{63}{64}$$
$$y = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \dots \cdot \frac{62}{63}$$

Demonstrați că $ab < x + y$.

Cristinel Mortici, Târgoviște

- III. Fie prisma triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ cu $AB = a$. Dacă $m(\widehat{BC'A'C}) = 90^\circ$, calculați lungimea muchiei laterale.

- IV. Un cub este secționat cu 9 plane, paralele cu una dintre muchiile cubului, astfel încât fiecare dintre ele să determine în cub două prisme patrulatere ce au raportul volumelor egal cu $\frac{1}{n}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$ fixat. Să se arate că există cel puțin trei plane având o dreaptă comună.

Nicolae Tălău, Craiova

Notă:

Timpul efectiv de lucru este de 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect este notat de la 1 la 10.