# CLASA VII-a BAREM DE CORECTARE

1 **Soluţie** Fie $a_1, a_2, ..., a_{11}$ cele 11 numere naturale.

Prima din condiţii ne conduce la:

$a_1 + a_2 + a_3 \leq 19$
$a_2 + a_3 + a_4 \leq 19$
$\vdots$
$a_9 + a_{10} + a_{11} \leq 19$
$a_{10} + a_{11} + a_1 \leq 19$
$a_{11} + a_1 + a_2 \leq 19$ ........ **2p**

De unde prin adunare obţinem:

(1) $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{11} \leq \frac{19 \cdot 11}{3} = \frac{209}{3} = 69,6$ ........ **1p**

A doua condiţie ne conduce la:

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \geq 25$
$a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \geq 25$
$\vdots$
$a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} \geq 25$
$a_9 + a_{10} + a_{11} + a_1 \geq 25$
$a_{10} + a_{11} + a_1 + a_2 \geq 25$
$a_{11} + a_1 + a_2 + a_3 \geq 25$ ........ **2p**

De unde prin adunare obţinem:

(2) $a_1 + a_2 + ... + a_{11} \geq \frac{25 \cdot 11}{4} = \frac{275}{4} = 68,7$ ........ **1p**

Cum $a_1 + a_2 + ... + a_{11} \in \mathbb{N}$, din (1) şi (2) rezultă:

$a_1 + a_2 + ... + a_{11} = 69$ ........ **1p**

2.

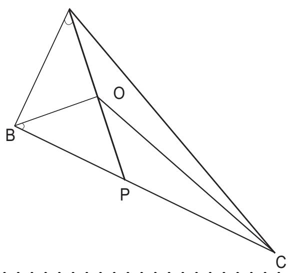


Figura ........ **1p**

$\Delta BPO \sim \Delta APB (m(\widehat{BPO}) = m(\widehat{BPA}), m(\widehat{OBP}) = m(\widehat{BAP}) = 30^\circ)$ deci

(1) $\frac{BP}{AP} = \frac{OP}{BP}$ sau (2) $BP^2 = AP \cdot OP$ ........ **1p**

Avem

(3) $\frac{AP^2}{BP^2} = \frac{AP^2}{AP \cdot OP} = \frac{AP}{OP}$ ........ **1p**

Dar Notăm aria triunghiului $ABC$ cu $S_{ABC}$.

(4) $\frac{AP}{OP} = \frac{S_{APB}}{S_{OPB}} = \frac{S_{APC}}{S_{OPC}} = \frac{S_{APB} + S_{APC}}{S_{OPB} + S_{OPC}} = \frac{S_{ABC}}{S_{OBC}} = 4$ ........ **1p**

Deci, folosind (3) obţinem:

$AP = 2PB$ ........ **1p**

Ducem $PB' \perp AB$ şi avem:

$\sin 30^\circ = \frac{PB'}{AP} = \frac{PB}{AP}$ ........ **1p**

Rezultă că $B \equiv B'$ şi triunghiul $ABC$ este dreptunghic $(m(\widehat{ABC}) = 90^\circ)$ ........ **1p**

3. **Soluţie** Daca $a$ şi $b$ ar fi numere prime impare, atunci $ab+7$ ar fi număr par, deci compus ........................................ **0,5p**

Dacă $a=b=2$, atunci $ab-7<0$ ........................................ **0,5p**

Dacă $a=2$ şi $b=3$, avem $ab-7=-1<0$ ........................................ **0,5p**

Dacă $a=2$ şi $b=5$, avem $ab+7=17$ şi $ab-7=3$, numere prime ............. **1p**

Dacă $b$ este număr prim, $b\geq 5$, atunci $b$ are una din

formele $6k+1$ sau $6k-1$, $k=1,2,...$ ........................................ **1p**

Pentru $b=6k+1$, avem $2b+7=12k+9=3(4k+1)$, care este număr compus pentru $k=1,2,...$ ........................................ **1p**

Pentru $b=6k-1$, avem $2b-7=12k-9=3(4k-3)$, care este număr compus pentru $k=2,3,...$ ........................................ **1p**

Pentru $k=1$, obţinem 3, care este număr prim ........................................ **0,5p**

Aşadar, soluţiile problemei sunt:
$a=2$, $b=5$ şi $a=5$, $b=2$ ........................................ **1p**

4.

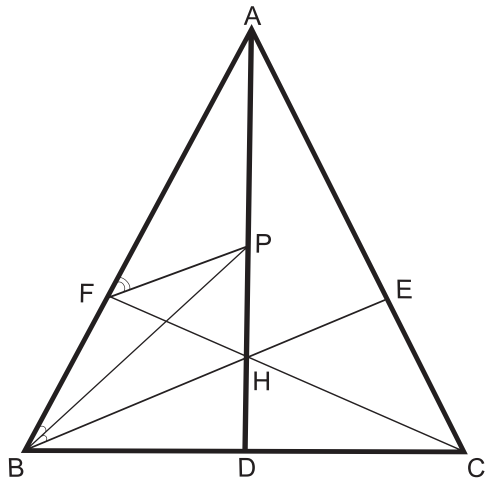


Figura ........................................ **1p**

Conform teoremei bisectoarei avem: (1) $\frac{AP}{PH}=\frac{AB}{BH}$ ........................................ **1p**

$\Delta ADC\sim\Delta BDH(m(\widehat{DAC})=m(\widehat{DBH}))$

$m(\widehat{ADC})=m(\widehat{BDH})=90°)\Rightarrow$

$\frac{AC}{BH}=\frac{AD}{BD}=\frac{CD}{HD}$ ........................................ **1p**

$\Delta ABC$ isoscel $\Rightarrow AB=AC, BD=DC$, deci

(2) $\frac{AB}{BH}=\frac{AD}{BD}$ ........................................ **1p**

$\Delta AFH\sim\Delta ADB(m(\widehat{FAH})=m(\widehat{BAD}), m(\widehat{AFH})=m(\widehat{ADB})=90°)$,

$\frac{AF}{AD}=\frac{FH}{BD}=\frac{AH}{AB}$ de unde (3) $\frac{AF}{FH}=\frac{AD}{BD}$ ........................................ **1p**

Din (1), (2) şi (3) obţinem $\frac{AP}{PH}=\frac{AF}{FH}$, adică $FP$ bisectoarea unghiului $AFH$ ..... **1p**

Cum $m(\widehat{AFH})=90°$ rezultă $m(\widehat{AFP})=45°$ ........................................ **1p**