OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ MARAMUREŞ
CLASA A VII-A
12 FEBRUARIE 2011

1. a) Arătați că:

$$\frac{1}{1+2+3+\cdots+x}=2\cdot\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right),$$

pentru orice x, număr natural nenul.

b) Rezolvați ecuația:

$$\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+4+\cdots+x}=\frac{2009}{2011},$$

unde x este număr natural nenul.

Adaptare S.G.M. 11/2011

2. a) Calculați:

$$\left(-1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-1+\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(-1+\frac{1}{2011}\right).$$

Prof. Nadina Neaga

b) Să se afle cinci soluții întregi ale ecuației:

$$x^2+y^2+z^2+t^2=750.$$

Prof. Vlad Ion, Şcoala nr. 7, Vişeu de Sus

3. Se consideră triunghiul *ABC* în care *M* este mijlocul laturii *[AC]*, iar *N* este mijlocul segmentului *[BM]*. Punctul *F* se află pe dreapta *AB* astfel încât *AB=BF*, iar $AN\cap BF=\{E\}$.

Arătați că patrulaterul ABEM este paralelogram.

4. Fie triunghiul oarecare ABC şi M mijlocul laturii BC. Dacă N este mijlocul segmentului AM şi $BN\cap AC=\{P\}$ determinați a câta parte din aria triunghiului ABC este aria patrulaterului MCPN.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare exercițiu se notează cu 7 puncte.
Timpul de lucru este de 3 ore.

Subiectele au fost propuse şi selectate de către:
Prof. Ioana Coman, Şcoala nr. 1, Borşa,
Prof. Anamaria Nagy, Şcoala Vasile Alecsandri, Baia Mare,
Prof. Nadina Neaga, Şcoala Dr. Victor Babeş, Baia Mare,
Prof. Ioan Tomoiagă, Colegiul Național Dragoş Vodă, Sighet