

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ”
Ediția a X-a, 14– 15 MAI 2010

CLASA A IV-A

- I. Suma a două numere naturale este 75. Dacă adunăm de patru ori primul număr cu de trei ori al doilea număr obținem 240. Aflați numărul cel mai mare.

Eugenia Miron

- II. Diferența a două numere naturale este 687. Dacă împărțim numărul mai mare la numărul mai mic obținem câtul 6 și restul 12. Aflați cele două numere.

Eugenia Miron

- III. La concursul interjudețean de matematică și informatică „Marian Țarină” participă 240 elevi repartizați în mod egal în 12 săli. Aflați cel mai mic număr de băieți care ar trebui să participe la concurs, pentru ca indiferent cum se face repartizarea în săli, în fiecare sală să fie cel puțin un băiat.

Vasile Șerdean

- IV. Într-un parc s-au plantat lalele, garoafe și panseluțe. Știind că 256 nu sunt lalele, 274 nu sunt garoafe, iar 192 nu sunt panseluțe, aflați câte lalele, câte garoafe și câte panseluțe s-au plantat.

Eugenia Miron, Nicolae Alexandrescu

NOTĂ: Fiecare problemă/subiect se apreciază cu 7 puncte. Nu se acordă puncte din oficiu.

Timp de lucru efectiv: 2 ore.

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ”
Ediția a X-a, 14– 15 MAI 2010

CLASA A V-A

I. În câte zerouri se termină numărul $n = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2010$?

Ștefania Mustea

II. Se consideră mulțimile:

$$A = \{x \mid x = 2 \cdot 5^n, n \in N\} \text{ și}$$

$$B = \{y \mid y = 3 \cdot 2^n - 1, n \in N\}$$

- Determinați primele trei elemente ale mulțimilor A și B .
- Determinați $A \cap B$; Justificați răspunsul.

Ioan Groza, Mirela Rațiu

III. Se consideră șirul de numere 1, 13, 61, 253, 1021, ... Să se arate că dacă x este numărul de pe locul 2007, atunci $x + 3$ este:

- pătrat perfect;
- cub perfect;
- cubul unui pătrat perfect;
- pătratul unui cub perfect.

Vasile Șerdean, Cristian Pop

Supliment G.M. nr. 4/ 2010

IV. Verificați dacă există un număr de trei cifre, care în baza 7 are forma \overline{abc} , iar în baza 9 are forma \overline{bca} .

Mariana Ursu

NOTĂ: Fiecare problemă/subiect se apreciază cu 7 puncte. Nu se acordă puncte din oficiu.

Timp de lucru efectiv: 2 ore.

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ”
Ediția a X-a, 14– 15 MAI 2010

CLASA A VI-A

I. Se consideră numerele:

$$a = 2^n(2^n + 1) - 2 \quad \text{și} \quad b = 2^n(2^n - 1) - 2, \quad n \in \mathbb{N}.$$

- Arătați că produsul celor două numere este divizibil cu 3.
- Pot fi numerele simultan divizibile cu 3? Justificați.

Mariana Ursu

II. Calculați suma:

$$S = 1 \cdot 2000 + 2 \cdot 1999 + 3 \cdot 1998 + \dots + 1998 \cdot 3 + 1999 \cdot 2 + 2000 \cdot 1$$

Vasile Șerdean, Lucia Iepure

III. Se consideră dreapta d , punctele $A_1, A_2, \dots, A_{2010}$ astfel încât $A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = A_{2009}A_{2010} = 1$ și B un punct ce nu aparține dreptei d . Fie $M_1, M_2, \dots, M_{2010}$ mijloacele segmentelor $BA_1, BA_2, \dots, BA_{2010}$.

- Câte segmente obținem, unind în toate modurile posibile, punctele $A_1, A_2, \dots, A_{2010}, M_1, M_{2010}$.
- Calculați suma $M_1M_2 + M_3M_6 + M_7M_{12} + \dots + M_{1893}M_{1980}$.

Ancuța Nechita

IV. Triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC$ are $m(\sphericalangle A) = 20^\circ$. Pe (AC) se consideră punctul D astfel încât $m(\sphericalangle ABD) = 10^\circ$. Calculați $\frac{BC}{AD}$.

Vasile Șerdean, Camelia Magdaș

NOTĂ: Fiecare problemă/subiect se apreciază cu 7 puncte. Nu se acordă puncte din oficiu.

Timp de lucru efectiv: 2 ore.

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ”
Ediția a X-a, 14– 15 MAI 2010

CLASA A VII-A

- I. a) Calculați $S = 10^n + 10^{n-1} + \dots + 10 + 1$.
b) Fie $p = \underbrace{111\dots1}_{2010 \text{ cifre}}$ și $q = \underbrace{444\dots4}_{1005 \text{ cifre}}$. Arătați că $p + q + 1$ este pătrat perfect.

Mariana Ursu

- II. a) Calculați $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{1009}}$.
b) Arătați că $\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \dots + \frac{2011}{2^{1006}} < 3$.

Vasile Șerdean, Gheorghe Lobonț

- III. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 12 \text{ cm}$ și $AC = 18 \text{ cm}$. Fie $[AD]$ bisectoarea unghiului A , $D \in (BC)$. Să se arate că $AD < 14,4 \text{ cm}$.

Vasile Șerdean

- IV. Se consideră trapezul $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB > CD$ și $AC \perp BD$. Fie E mijlocul diagonalei $[AC]$. Paralela prin E la BD intersectează pe $[AB]$ în M .
Demonstrați că:
a) ΔABC este isoscel;
b) $ME = \frac{BD}{2}$;
c) $CM = \frac{AB + CD}{2}$.

Ioan Groza

NOTĂ: Fiecare problemă/subiect se apreciază cu 7 puncte. Nu se acordă puncte din oficiu.

Timp de lucru efectiv: 3 ore.

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ
„MARIAN ȚARINĂ”
Ediția a X-a, 14– 15 MAI 2010

CLASA A VIII-A

I. a) Arătați că dacă $x \in [1, 2]$ și $y \in [2, 3]$, atunci $|x^3 - y(y-x)| \leq 10$

b) Arătați că $\left(\frac{13}{6}\right)^9 + \left(\frac{13}{7}\right)^9 > 1024$

Mariana Ursu, Monica Fodor

II. Determinați numerele reale x, y, z știind că z este maxim, iar $x + y + z = 14$ și $x^2 + y^2 + z^2 = 108$.

Vasile Șerdean, Cristian Pop

III. Se consideră cubul $ABCD A' B' C' D'$ de muchie a .

a) Determinați distanța de la punctul B' la dreapta AD' .

b) Calculați măsura unghiului dintre dreptele $A'D$ și BD' .

c) Dacă G este centrul de greutate al triunghiului $A'BD$ demonstrați că punctele A, G, C' sunt coliniare.

d) Dacă M, N, P sunt puncte situate pe muchiile (BB') , (CC') respectiv (DD') , determinați poziția lor pe muchiile cubului astfel încât suma $AM + MN + NP + PA'$ să fie minimă.

Ioan Groza

IV. Se consideră un pătrat $ABCD$ cu latura $2a$ și un plan α perpendicular pe planul pătratului, ce conține latura AB . Fie triunghiul echilateral AEB inclus în planul α și M un punct pe latura AB , astfel încât $MB = x$. Notăm N proiecția lui E pe MC , F mijlocul lui AB , O mijlocul lui CE și H mijlocul lui DC . Se cere:

a) Exprimați lungimea segmentului MO în funcție de a și x ;

b) Arătați că $OC = ON = OF = OB = OH$;

c) Determinați cea mai mică, respectiv cea mai mare valoare a lungimii segmentului OM și precizați x pentru care se obțin valorile respective.

Mariana Ursu, Aura Bujă

NOTĂ: Fiecare problemă/subiect se apreciază cu 7 puncte. Nu se acordă puncte din oficiu.

Timp de lucru efectiv: 3 ore.