

NEAMT **OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**
ETAPA LOCALĂ
12 FEBRUARIE 2011

CLASA a V-a

1. Fie mulțimile $A = \{1, 2, 3, \dots, 2011\}$ și $B = \{1964, 1966, 1968, \dots, 2420\}$.
 - a. Câte elemente are fiecare mulțime.
 - b. Aflați card $(A \cup B)$ și card $(A \cap B)$.
 - c. Demonstrați că în orice submulțime cu 6 elemente a mulțimii B găsim 2 elemente a căror diferență se divide cu 10.

2. a) Aflați cel mai mic și cel mai mare număr natural de trei cifre care împărțit la 9 dă restul 8.
b) Aflați suma tuturor numerelor naturale formate din trei cifre care împărțite la un număr format dintr-o singură cifră dau restul 8.

3. Fie $A = (2^{50} \cdot 15^{51} \cdot 10^2 - 6^{50} \cdot 5^{52} \cdot 3^3 + 3^{51} \cdot 10^{50} \cdot 5^2) \cdot 27000$
 - a) În câte zerouri se termină numărul A .
 - b) Determinați ultima cifră diferită de 0 a numărului A .

4. La o petrecere, opt copii au servit de pe un platou câte un măr și câte patru prune. Câte mere și câte prune au fost pe platou dacă la început numărul prunelor era de cinci ori cât numărul merelor, iar la sfârșit de șapte ori cât al merelor?

CLASA a VI-a

1. Arătați că numărul $A = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2009}$ se divide cu 4 dar nu se divide cu 8.

2. a) Determinați numerele naturale m și n astfel încât $7 \cdot 2^m = 2^n - 1$.
b) Demonstrați că pentru orice număr natural p numărul $(p+4) \cdot (p+2004) \cdot (p+4004)$ se divide cu 3.

3. Pe o dreaptă se consideră punctele A, B, C, D, E, F , în această ordine, astfel încât $AB=BC, BD=DE, CE=EF$, iar $AF=48$.
 - a) Calculați DE .
 - b) Dacă, în plus, mijlocul $[DE]$ coincide cu mijlocul $[AF]$, calculați AB și EF .

4. Considerăm enunțul:
„Se dau unghiurile ABC și ABD , astfel încât $m(\angle ABC) - m(\angle ABD) = 90^\circ$.
Demonstrați că bisectoarele celor două unghiuri formează un unghi cu măsura de 45° .”
 - a) Demonstrați enunțul în cazul în care cele două unghiuri sunt neadiacente.
 - b) Este adevărat enunțul în cazul în care unghiurile sunt adiacente? Justificați.