CLASA a V-a BAREM

1. a) În mulţimea A avem numerele consecutive de la 1 la 2011. cardA=2011.
În mulţimea B avem numerele pare consecutive de la 1964 la 2420. cardB=229. 3p
b) $A\cup B==\{1, 2, 3, \ldots, 2011, 2012, 2014, \ldots, 2420\}$, $A\cap B==\{1964, 1968, 1970, ..., 2010\}$.
card $(A\cap B)=24$, card $(A\cup B)=2216$. 2p
c) Mulţimea B are numere pare care au ultima cifră 0, 2, 4, 6, sau 8 (deci 5 tipuri de numere). Dacă alegem submulţimi cu 6 elemente, cel puţin 2 numere au ultime cifră egală. Diferenţa acestor numere are ultima cifră 0. 2p

2. a) Cel mai mic număr de 3 cifre este 100. Restul împărţirii numărului 100 la 9 este 1. Cel mai mic număr de trei cifre care împărţit la 9 dă restul 8 este 107. 1,5p
Cel mai mare număr de 3 cifre este 999. Restul împărţirii numărului 999 la 9 este 0. Cel mai mare număr de trei cifre care împărţit la 9 dă restul 8 este 998. 1,5p
b) Cu teorema împărţirii cu rest obţinem: $D = C\cdot I + R$ cu $R < I$ şi cum I are o cifră şi este mai mare decât 8, obţinem $I = 9$. 0,5p
Cel mai mic număr de trei cifre care împărţit la 9 dă restul 8 este 107. Cel mai mare număr de trei cifre care împărţit la 9 dă restul 8 este 998.
$107=9\cdot 11+8$
$998=9\cdot 110+8$ 0,5p
Suma este: $S = 9(11 + 12 +....+110) + 8\cdot 100$ 2 p
Finalizare 1p

3. $A = 2^{50}\cdot 3^{50}\cdot 5^{50}(5\cdot 3\cdot 10^2 - 5^2\cdot 3^3 + 3\cdot 5^2)27000 = 30^{50}(1500 – 675 + 75) = 30^{50}\cdot 900\cdot 27000$ 3p
a) Numărul de zerouri în care se termine numărul A este 50+2+3=55. 2p
b) Ultima cifră diferită de 0 a numărului A este ultime cifră a numărului $3^{50}\cdot 9\cdot 27$ şi este 7. 2p

4. m = umărul merelor şi p = numărul prunelor. p = 5m 1p
$(m – 8)7 = 5m – 32$ 2p
Finalizare m = 12, p = 60 4p

CLASA a VI-a

1. A are 2010 termeni deci se pot forma 1005 perechi .... 1p.
   $A=(1+3)+3^2(1+3)+...+3^{2008}(1+3) \Rightarrow A=4(1+3^2+3^4+...+3^{2008})$ .... 2p.
   A divizibil cu 4 .... 1p.
   Suma din paranteză este formată din 1005 numere impare deci este impară .... 1p.
   Deci A nu este divizibil cu 8 .... 2p.
2. a) pentru n diferit de 0, 2^n-1 impar, deci $7\cdot 2^m$ impar, deci $m=0 \Rightarrow 2^n-1=7 \Rightarrow n=3$ .... 2p.
   Pentru n=0, obținem $7\cdot 2^m=0$, fals. .... 1p.
   b) (n+1+3)(n+2004)(n+2+4002) și 3, 2004, 4002 divizibile cu 3 .... 1p.
   Pentru orice n natural, n sau n+1 sau n+2 este divizibil cu 3 .... 2p.
   Finalizare .... 1p.
3. notând AB=x, BC=y obținem DE=x+y, EF=x+2y .... 1p.

a) AF=4x+4y, AF=48 $\Rightarrow$ x+y=12 $\Rightarrow$ DE=12 .... 2p.
b) Dacă cele două segmente au același mijloc atunci AD=EF .... 1p.
   Obținem 2x+y=x+2y $\Rightarrow$ x=y=6 .... 2p.
   AB=6 cm., EF=18 cm. .... 1p.

4. a) Desen corect executat .... 1p.
   unghiul format de cele 2 bisectoare=1/2(m(ABC)-m(ABD))=45° .... 2p.
   b) Desen corect executat
   Unghiul format de bisectoare este jumătate din suma celor 2 unghiuri. .... 2p.
   Dacă diferența celor 2 unghiuri este 90° $\Rightarrow$ m(ABC) >90°
   $\Rightarrow$suma lor este mai mare de 90° .... 1p.
   Unghiul format de bisectoare > 45° deci enunțul este fals .... 1p.