



### Clasa a VII a

1. Fie  $x, y$  numere reale cu  $y \neq -1$ . Arătați că

$$x^2 - y^2 = 2(x + y) \text{ dacă și numai dacă } \frac{x-1}{y+1} \in \{-1; 1\}. \quad \text{Gazeta Matematică 2010}$$

2. Pe o insulă trăiesc 12 cameleoni. La un moment dat trei au culoarea roșie, patru au culoarea galbenă, iar ceilalți cinci au culoarea verde. Se știe că dacă se întâlnesc doi cameleoni cu două culori diferite atunci ambii își schimbă culoarea în cea de-a treia culoare; în rest, ei nu își schimbă culoarea. Arătați că:

- a) este posibil ca la un moment dat niciun cameleon să nu aibă culoarea verde;  
b) nu este posibil ca la un moment dat toți cameleonii să aibă culoarea verde. RMCS 33

3. Determinați cel mai mic număr de forma  $|3^{n+1} - 3 \cdot 5^m|$ , unde  $m$  și  $n$  sunt numere naturale diferite.

RMCS 34

4. Se consideră un triunghi echilateral  $ABC$  și punctele  $D$  și  $E$  astfel încât

$C \in (AD), C \in (BE), BD = DE$ . Se notează cu  $G$  mijlocul segmentului  $(AE)$  și  $AD \cap BG = \{H\}$ .

- a) Demonstrați că  $AD = CE$ .    b) Arătați că, dacă  $AH = \frac{3}{4} \cdot AB$ , atunci  $AC = CD$ . *Concurs Rusia, enunț modificat*

### Clasa a VIII a

1. a) Arătați că nu există numere naturale  $x$  și  $y$  pentru care  $x^2 = 2 + 5^y$ .

- b) Determinați numerele întregi  $x$  și  $y$  pentru care  $x^2 = y(y + 5)$ . RMCS 32

2. Determinați numărul mulțimilor nevide  $M$  de numere reale care au proprietatea :

$$(x^2 - 2x) \in \{0, 3\}, \forall x \in M. \quad \text{RMCS 32, enunț modificat}$$

3. Se notează cu  $O$  centrul bazei unei piramide patrulatere regulate  $VABCD$ . Știind că unghiul dintre planele  $(VAB)$  și  $(VBC)$  are măsura egală cu  $60^\circ$ , iar distanța de la  $O$  la o muchie laterală este egală cu  $2\sqrt{6}$  cm, calculați volumul piramidei. *Gazeta Matematică 2010*

4. Un elev s-a gândit la 10 numere întregi (nu neapărat diferite) și a calculat toate sumele posibile formate din câte 9 dintre aceste numere; a obținut astfel rezultatele: 92, 93, 94, ..., 100 (sumele care se repetă le-a scris o singură dată). La ce numere s-a gândit elevul? *Concurs Rusia*