

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
„ TINERE SPERANȚE”
Ediția a VII - a, 9 decembrie 2011
CLASA a VI -a

PROBA PE ECHIPE

Problema nr. 1

Cel mai mare divizor comun al numerelor $\overline{ab2, bc7}$ și $\overline{ca8}$ este 3. Demonstrați că $a^2 + b^2 + c^2$ nu este pătrat perfect.

(Gazeta Matematică)

Problema nr. 2

La un concurs de matematică sunt premiați 10 concurenți, cu sume diferite de bani. Fiecare dintre primii opt premiați primește cât următorii doi clasări. Aflați ce sumă de bani s-a folosit, dacă primul clasat a primit 280 lei.

(Gazeta Matematică)

Problema nr. 3

a). Calculați măsura unghiului format de acele unui ceasornic care indică ora 9 și 20 de minute.

(***)

b). Unui raportor i s-au șters toate gradațiile, exceptând-o pe cea corespunzătoare unghiului cu măsura de 19° . Construiți un unghi cu măsura de 1° .

(Gazeta Matematică)

Problema nr. 4

Fie $\sphericalangle AOB, \sphericalangle BOC, \sphericalangle COD, \sphericalangle DOE$ și $\sphericalangle EOA$ unghiuri în jurul punctului O. Se știe că:

$$m(\sphericalangle AOB) = 90^\circ, m(\sphericalangle AOC) = \frac{90^\circ + m(\sphericalangle AOD)}{2} \text{ și } [OF \text{ este semidreapta opusă semidreptei } [OC .$$

Arătați că:

a). $\sphericalangle COD \equiv \sphericalangle BOC$

b). $m(\sphericalangle DOE) = 90^\circ$ dacă și numai dacă $\sphericalangle EOF \equiv \sphericalangle AOF$

(***)

Timp de lucru: 2 ore

Toate subiectele sunt obligatorii. Se cer redactări complete.

Fiecare problemă valorează 7 puncte. Nu se acordă puncte din oficiu.

**Subiectele au fost selectate de prof. Hasneș Ghenuța și prof. Bretan Andrei - Școala „N. Iorga”
Baia Mare**

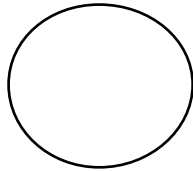
BAREM DE CORECTARE

- P1 c.m.m.d.c. al numerelor $\overline{ab2}$, $\overline{bc7}$, $\overline{ca8}$ fiind 3, atunci $(a+b+2):3$ 1p
 $a+b = M_3 + 1; b+c = M_3 + 2; c+a = M_3 + 1$ 1p
 $2(a+b+c) = M_3 + 1$ 1p
 $2a = M_3 \Rightarrow a = M_3$ 1p
 $b = M_3 + 1; c = M_3 + 1$ 1p
 $a^2 + b^2 + c^2 = M_3 + 1 + M_3 + 1 + M_3 = M_3 + 2$ 1p
p.p nu au forma $3k+2$, deci numărul nu este pătrat perfect1p

- P2 x - suma primită de ultimul clasat, y - suma primită de penultimul clasat1p

Cel de pe locul VIII primește $x+y$
 VII primește $x+2y$ 2p
 \vdots
 I primește $21x+34y$

$21x+34y = 280 \dots 7/21x$ si $7/280 \Rightarrow 7/34y \Rightarrow 7/y \Rightarrow y \in M_7$ 2p
 $y=7, x=2$ 1p
 suma totală $55x+88y = 726$ lei1p



- P3
- a) unghiul format de două ore consecutive este de $360^\circ : 12 = 30^\circ$ 1p
 unghiul format de cele două ace este $30^\circ \cdot 5 + x^\circ$, unde x° este unghiul format de
 acul orar în intervalul $9h - 9h 20'$ 1p
 acul orar face 30° în $60'$
 10° în $20' \Rightarrow x = 10^\circ$ 1p
 unghiul este $30^\circ \cdot 5 + 10^\circ = 150^\circ + 10^\circ = 160^\circ$ 1p
- b) construim în jurul lui O 18 unghiuri (construcție efectivă)1p
 al 19-lea unghi are măsura de $360^\circ - 18 \cdot 19^\circ - 18^\circ$ 1p
 cu ajutorul unghiului de 18° și al unghiului de 19° + construim unghiul
 de 1° (construcție efectivă)1p
- P4 i) analiza unor situații posibile2p
 ii) a) în cazul desenului alăturat avem :

$$\left. \begin{aligned} 90^\circ + m(\angle BOC) &= \frac{90^\circ + m(\angle AOD)}{2} \\ 180^\circ + 2m(\angle BOC) &= 90^\circ + m(\angle AOD) \\ \cancel{90^\circ} + \cancel{2}m(\angle BOC) &= \cancel{90^\circ} + \cancel{m(\angle BOC)} + m(\angle COD) \\ m(\angle BOC) &= m(\angle DOC) \end{aligned} \right| \dots\dots\dots 2p$$

" \Rightarrow " $m(\angle DOE) = 90^\circ$

$$\left. \begin{aligned} m(\angle EOF) &= 180^\circ - 90^\circ - m(\angle DOC) = 90^\circ - m(\angle DOC) \\ m(\angle AOF) &= 180^\circ - 90^\circ - m(\angle BOC) = 90^\circ - m(\angle BOC) \end{aligned} \right| \Rightarrow m(\angle EOF) = m(\angle AOF) \dots\dots\dots 2p$$

din a)

" \Leftarrow " $F - O - C - \text{coliniare} \Rightarrow m(\angle FOE) + m(\angle BOC) = 90^\circ$
 $F - O - C - \text{coliniare} \Rightarrow m(\angle FOE) + m(\angle DOC) = 90^\circ$
 $\Rightarrow m(\angle DOE) = 180^\circ - m(\angle FOE) - m(\angle DOC) = 90^\circ$ 1p