

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
„ TINERES PERANȚE”
Ediția a VII - a, 10 decembrie 2011
CLASA a VI –a

PROBA INDIVIDUALĂ

Problema nr. 1

Să se determine numerele naturale prime $a; b; c$ astfel încât:

$$25(a + 17b + 3c) + \overline{2xy} = \overline{19xy}$$

(*)**

Problema nr. 2

Să se determine numerele naturale $m; n; p$, $n \geq 5$ din egalitatea:

$$5^{3m+1} + 2^{n-5} + 6^{n-3} = 663 - 1^p$$

(*)**

Problema nr. 3

Fie O_1 mijlocul segmentului $[OA]$, O_2 mijlocul segmentului $[O_1A]$, O_3 mijlocul segmentului $[O_2A]$, ..., O_{10} mijlocul segmentului $[O_9A]$. Dacă $O_9O_{10} = 5^{10} mm$. Calculați OA în km.

(*)**

Problema nr. 4

a). În jurul punctului O sunt 26 de unghiuri având măsurile, în grade, exprimate prin numere naturale. Știind că unul dintre ele are măsura de 36° , arătați că printre celelalte sunt cel puțin două unghiuri congruente.

(Supliment Gazeta Matematică)

b). Într-un sistem solar sunt 2005 planete, astfel încât distanțele dintre ele sunt diferite două câte două. Pe fiecare planetă se află un astronom care se uită prin telescop la planeta cea mai apropiată. Arătați că există o planetă la care nu se uită nimeni.

(Gazeta Matematică)

Timp de lucru: 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii. Se cer redactări complete.

Fiecare problemă valorează 7 puncte. Nu se acordă puncte din oficiu.

**Subiectele au fost selectate de prof. Hasneș Ghenuța și prof. Bretan Andrei - Școala „N. Iorga”
Baia Mare**

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
 “ ȚINERE SPERANȚE “
 EDIȚIA a VI-a , 9 decembrie 2011
 PROBA INDIVIDUALĂ
 BAREM DE CORECTARE

- P1 a) $\overline{19xy} - \overline{2xy} = 1700$ 1p
 b) $a + 17b + 3c = 68$ 1p
 c) 68 – număr par , deci unul din numerele a, b, c –par1p
 d) $a = 2 \Rightarrow b = 3, c = 5$ 1p
 e) $b = 2 \Rightarrow a = 13, c = 7$ sau $a = 19, c = 5$ 1p
 f) $c = 2 \Rightarrow a = 11, b = 3$ 1p
 Soluție : $(2; 3; 5), (13, 2, 7), (19, 2, 5), (11, 3, 2)$ 1p
- P2 $l^p = 1, (\forall) p \in N$ 1p
 $5^{3m+1} + 2^{n-5} + 6^{n-3} = 662$ 1p
 $U(5^{3m+1} + 6^{n-3}) = 1$ 1p
 $2^{n-5} - m. \text{ impar}$ 1p
 $n = 5$ 1p
 $5^{3m+1} = 5^4$ 1p
 $n = 5, p \in N, m = 1$ 1p
- P3
- Desen1p
 $O_9O_{10} = 5^{10} \Rightarrow O_9A = 2 \cdot 5^{10}$ 1p
 $O_8A = 2 \cdot 2 \cdot 5^{10} = 2^2 \cdot 5^{10}$ 1p
 $O_7A = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5^{10} = 2^3 \cdot 5^{10}$
 \vdots
 $O_1A = 2^9 \cdot 5^{10}$ 2p
 $OA = 2 \cdot 2^9 \cdot 5^{10} = 2^{10} \cdot 5^{10} (m m)$ 1p
 $OA = 2^7 \cdot 5^7 \text{ km}$ 1p
- P4 Considerăm unghiurile în jurul punctului O având măsurile distincte cele mai mici posibile
- a) $1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, \dots, 25^\circ$ și 36° 1p
 suma lor este $1^\circ + 2^\circ + 3^\circ + \dots + 25^\circ + 36^\circ = 361^\circ$ 1p
 $360^\circ > 361^\circ \Rightarrow$ cel puțin două unghiuri sunt congruente1p
- b) Considerăm planetele A și B care se află la distanța minimă. Constatăm că astronautul de pe planeta A se uită la planeta B, iar cel de pe planeta B se uită la planeta A.1p
 Deoarece distanțele sunt diferite două câte două , un astronom de pe planeta C nu poate privi la planetele A sau B1p
 Deci rămân în discuție 2003 planete, repetând procedeul expus1p
 Rămân de fiecare dată un număr impar de planete, în final rămânem cu o planetă la care nu se uită nimeni1p