CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „ȘTEFAN DÂRȚU”
EDIȚIA A XIII VATRA DORNEI
9-11 DECEMBRIE 2011

Clasa a VII-a

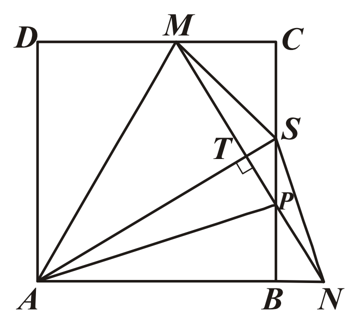
Subiectul I. a) Să se arate că numărul $2005^n + 2$ este compus, dar nu este pătrat perfect, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$. **(***)**

b) Demonstrați că: $\frac{2011}{2012}+\frac{2012}{2013}+...+\frac{4022}{4023}>2011.$

Subiectul II. a) Să se determine cifrele a și b în baza zece știind că $\overline{0,a(b)}=\frac{a}{b}$.

b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația: $\frac{x-1}{2}+\frac{x-2}{3}+\frac{x-3}{4}+...+\frac{x-2011}{2012}+2011=0.$

Subiectul III. Se consideră pătratul $ABCD$ și punctele M și N pe latura (CD) și, respectiv, pe semidreapta (AB astfel încât m($\sphericalangle MAD$) = 30° și (AM) ≡ (MN).
a) Dacă $MN \cap BC = \{P\}$, arătați că semidreapta (PA este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BPM$.
b) Aflați măsura unghiului $\sphericalangle CPM$.



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „ȘTEFAN DÂRȚU”
EDIȚIA A XIII VATRA DORNEI
9-11 DECEMBRIE 2011

Clasa a VIII-a

Subiectul I. Să se demonstreze că numerele $a_n = 7n + 2$ și $b_n = 9n + 1$, $n \in \mathbb{N}^*$, nu pot fi simultan pătrate perfecte pentru același n.

Subiectul II. Se dă mulțimea: $A = \{(x, y) \in \mathbb{Z}\times\mathbb{Z} \mid x^2 = y^2 + 4^{2011}\}$.
a) Arătați că ecuația $x^2 = y^2 + 4^{2011}$ are soluție în mulțimea numerelor naturale nenule.
b) Aflați cardinalul mulțimii A.

Subiectul III. În cubul $ABCDA'B'C'D'$ cu muchia de lungime a, notăm cu M, N, P, Q mijloacele muchiilor $[A'B']$, $[CD]$, $[A'D']$ și, respectiv, $[BC]$.
a) Arătați că patrulaterul $MPNQ$ este dreptunghi.
b) Aflați unghiul format de dreptele MN și PQ.
c) Demonstrați că perpendiculara din punctul B' pe planul (ACD') și perpendiculara din punctul D' pe planul ($AB'C$) sunt concurente.
d) Aflați distanța dintre dreptele AC și PN.