

## ETAPA LOCALĂ SUCEAVA 12 februarie 2011

### CLASA a V-a

1. Fie  $a = 10 \cdot [9 \cdot (8 + 7 + 6) + (5 + 4 + 3)] + 2 - 2011^0$ . Să se determine numărul natural nenul care împărțit la  $a$  dă suma dintre cât și rest egală cu jumătate din deîmpărțit.

*Stela Boghian, Suceava*

2. Se dau mulțimile  $A = \{5^n + 2012, 5^n + 2017 / n \in \mathbb{N}\}$  și  $B = \{n^2 / n \in \mathbb{N}\}$ .

Determinați  $A \cap B$ .

*Toader Măgurean, Câmpulung Moldovenesc*

3. Luând în considerare performanțele, indiferent de sportul practicat, se dorește să se întocmească o listă cu cei mai buni 10 sportivi ai secolului trecut. Pentru ierarhizarea acestora se efectuează un sondaj de opinie. Fiecare dintre participanți trebuie să întocmească un clasament al celor zece astfel încât pe fiecare dintre locurile de la 1 la 10 să fie un singur nume și pe fiecare listă să apară numele tuturor celor 10 sportivi. Care este numărul minim de participanți la sondaj astfel încât, cu certitudine, cel puțin doi participanți să întocmească liste identice?

\*\*\*

### CLASA a VI-a

1. Determinați numerele naturale nenule  $a, b, a < b$  pentru care are loc relația:

$$3 \cdot [a, b] + 5 \cdot (a, b) = 123,$$

unde  $[a, b] = c.m.m.c.(a, b)$  și  $(a, b) = c.m.d.c.(a, b)$ .

*Laura Schroder, Câmpulung Moldovenesc*

2. Rezolvați în  $\mathbb{Q}$  ecuația:  $x \cdot 3^{2011} = (3^{2011} - 1) \cdot \left( 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{2010}} \right)$ .

*Ovidiu Ungureanu, Vatra Dornei*

3. Se dau unghiurile  $\angle DAC$  și  $\angle BCA$  astfel încât punctele  $D$  și  $B$  sunt de o parte și de alta a dreptei  $AC$ ,  $\angle DAC \equiv \angle BCA$  și  $\angle DCA \equiv \angle BAC$ . Fie punctele  $M \in (DC)$ ,  $N \in (AB)$  cu proprietatea  $[DM] \equiv [BN]$ , iar  $MN \cap AC = \{O\}$ .

a) Arătați că  $[AM] \equiv [CN]$ .

b) Demonstrați că punctul  $O$  este mijlocul segmentelor  $[MN]$  și  $[AC]$ .

*Tamara Brutaru, Suceava*