



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

„SFERA”, EDIȚIA a V-a, BĂILEȘTI
22 martie 2008

SUBIECTE CLASA a VII-a

Partea I (50 puncte)

Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect.

- 1) Fie numărul $a = \sqrt{5 + \sqrt{24}} - \sqrt{5 - \sqrt{24}} - \sqrt{8}$. Atunci a^{2008} este egal cu:
a) 1; b) -1; c) 0; d) 2^{2008} .
- 2) Dacă $x = \sqrt{\frac{8}{7} + \frac{9}{14} + \frac{10}{21} + \frac{11}{28} + \dots + \frac{350}{2401} - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{343}\right)}$, atunci x este egal cu:
a) 1; b) 7; c) 2; d) 0.
- 3) Fie numerele $a_1, a_2, \dots, a_{2007} \in \{-1; 0; 1\}$ și $a_1 + a_2 + \dots + a_{2007} = 1$. Atunci
 $a_1^{2007} + a_2^{2007} + \dots + a_{2007}^{2007}$ este egal cu:
a) 2007; b) -1; c) 0; d) 1.
- 4) Fie ΔABC cu $m(\angle B) = 60^\circ$, $AD \perp BC$, $D \in (BC)$, $AD = 8\sqrt{3}$ cm. Determinați lungimea segmentului $[DC]$ în cazul în care aria triunghiului ABC este minimă și triunghiul ABC este dreptunghic.
a) 0 cm; b) 8 cm; c) $4\sqrt{3}$ cm; d) 4 cm.
- 5) Fie ΔABC dreptunghic ($m(\hat{A}) = 90^\circ$), $AD \perp BC$, $D \in (BC)$. E este intersecția dintre (AD) și bisectoarea $\angle ABC$, iar F intersecția dintre (BC) și bisectoarea $\angle DAC$. Dacă $m(\hat{C}) = 30^\circ$; atunci:
a) $AC = 2EF$; b) $AC = 3EF$; c) $AC = 4EF$; d) $2AC = 3EF$.

Probleme propuse de prof. Gabriel Tica, Băilești

Partea a II-a (40 puncte)

Pentru problemele 1 și 2 scrieți pe lucrare rezolvările complete.

1. Să se demonstreze că: $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq abc(a + b + c)$, $\forall a, b, c \in (0; +\infty)$.

Prof. D.M. Bătinețu-Giurgiu, București, Sfera nr. 11

2. Să se calculeze unghiurile unui triunghi isoscel ABC , $AB = AC$, știind că între laturile lui există relația $AB^2 = BC(AB + BC)$.

Prof. Ion Nicolaescu, Drăgășani, Vâlcea