MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CLUJ
COLEGIUL NAŢIONAL „ MIHAI VITEAZUL" TURDA
SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

„MARIAN ŢARINĂ"

Ediţia a XI-a, 6– 7 MAI 2011

CLASA a IV-a

SUBIECTUL 1

Aflaţi diferenţa dintre numerele naturale a şi b ştiind că ele verifică egalităţile:

$$[(4+a:3):12+5]\times 4-26=42$$

$$[(b+7):25-8]\times 8+5=37$$

Gheorghe Lobonţ

SUBIECTUL 2

Suma a două numere naturale este 225. Dacă pe primul număr îl înmulţim cu 2, iar pe al doilea număr îl împărţim la 2, obţinem numere egale. Care sunt numerele?

Eugenia Miron

SUBIECTUL 3

În urmă cu 7 ani, suma vârstelor fraţilor Mariei era de 9 ani. Acum suma vârstelor fraţilor ei este de 37 ani. Câţi fraţi are Maria?

Ioan Groza

SUBIECTUL 4

La concursul de matematică ”Marian Ţarină”, ediţia a 10-a, au participat 272 elevi, dintre care 258 au rezolvat prima problemă, 250 au rezolvat a doua problema, 163 au rezolvat a treia problemă şi 149 au rezolvat a patra problemă. Arătaţi că cel puţin patru elevi au rezolvat toate problemele.

Vasile Şerdean

MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CLUJ
COLEGIUL NAŢIONAL „ MIHAI VITEAZUL" TURDA
SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

„MARIAN ŢARINĂ"

Ediţia a XI-a, 6– 7 MAI 2011

CLASA a V-a

SUBIECTUL 1

Determinaţi toate numerele naturale $\overline{abcd}$ cu proprietatea că $\overline{ab}-\overline{ba}=36$ şi $\overline{dc}+\overline{cd}=33$.

Monica Fodor

SUBIECTUL 2

Fie numărul:

$A=91992999399994.....999...92006$

a) Calculaţi suma cifrelor numărului *A*.

b) Care este cifra de pe locul *108* ?

c) Determinaţi câte cifre de 9 conţine numărul *A*.

Ioan Groza, Cristian Pop

SUBIECTUL 3

Suma a trei numere naturale este *349*. Împărţind primul număr la al doilea obţinem câtul *4* şi restul *5*, iar împărţind al doilea număr la al treilea obţinem câtul *7* şi restul *4*. Să se afle numerele.

Gheorghe Lobonţ, Lucia Iepure

SUBIECTUL 4

Se consideră 10 numere naturale nenule (nu neapărat diferite) şi calculăm toate sumele posibile formate din câte 9 dintre aceste numere şi obţinem: 83, 84, 85, …, 90, 91 (sumele care se repetă le scriem o singură dată). Aflaţi cele 10 numere.

Vasile Şerdean

MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CLUJ
COLEGIUL NAŢIONAL „ MIHAI VITEAZUL” TURDA
SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

„MARIAN ŢARINĂ”

Ediţia a XI-a, 6– 7 MAI 2011
CLASA a VI-a

SUBIECTUL 1

Fie x, y, z trei numere întregi pozitive cu proprietatea că primele două sunt direct proporţionale cu 2 şi 3, iar ultimele două sunt invers proporţionale cu $\frac{1}{2}$ şi $\frac{1}{5}$. Studiaţi dacă produsul lor este cub perfect, când suma numerelor este 100.

Monica Fodor, Ancuţa Nechita

SUBIECTUL 2

a) Fie

$$x = 1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^{2011},\quad y = 1 + 3 + 3^2 + \ldots + 3^{2011};\ z = 1 + 10 + 10^2 + \ldots + 10^{2011}.$$

Scrieţi în ordine crescătoare numerele: $1 + 9z$; $(2y+1)^2$; $(x+1)^3$.

b) Să se arate că fracţia $\dfrac{5c+8}{3c+5}$ este ireductibilă, $(\forall)\, c \in N$.

Vasile Şerdean, Monica Fodor

SUBIECTUL 3

Pe o dreaptă d se consideră punctele A, B, C, D (în această ordine), astfel încât $(AB) \equiv (CB) \equiv (CD)$. Fie E un punct esterior dreptei d, astfel încât $\prec EAD \equiv \prec EDA$. În triunghiul EDA se construiesc medianele (AF) $(F \in (ED))$ şi (DP) $(P \in (AE))$. Să se arate că:

a) E aparţine mediatoarei segmentului (BC);

b) $(AF) \equiv (DP)$

c) $\prec APB \equiv \prec DFC$

d) $\prec PBE \equiv \prec FCE$.

* * *

SUBIECTUL 4

Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A şi inălţimea AD, $D \in (BC)$. Fie $(BE$ bisectoarea unghiului B. Dacă $AD \cap BE = \{T\}$, $TE = 6$ cm şi $DT = 3$ cm, calculaţi măsura unghiului C .

Vasile Şerdean, Camelia Magdaş

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

„MARIAN ŢARINĂ"

Ediţia a XI-a, 6– 7 MAI 2011

CLASA a VII-a

SUBIECTUL 1

a) Dacă a,b,c sunt numere reale pozitive, arătaţi că

$$\left(a^2+1\right)\left(b^2+1\right)\left(c^2+1\right)\geq 8abc$$

b) Utilizând eventual punctul a), demonstraţi că: $\left(a_1^2+1\right)\left(a_2^2+1\right)\left(a_3^2+1\right)\ldots\left(a_n^2+1\right)\geq 2^n$ dacă $a_1a_2\cdot\ldots\cdot a_n=1$.

* * *

SUBIECTUL 2

Să se arate că $\frac{1}{671}+\frac{1}{672}+\ldots+\frac{1}{2011}=\frac{2}{1\cdot 2}+\frac{2}{2\cdot 3\cdot 4}+\frac{2}{5\cdot 6\cdot 7}+\ldots+\frac{2}{2009\cdot 2010\cdot 2011}$

Vasile Şerdean

SUBIECTUL 3

În triunghiul ABC se consideră punctul D pe segmentul (BC). Fie E şi F simetricele punctului D faţă de dreptele AB respectiv AC.

a) Demonstraţi că $m(\prec EAF)$ este constantă oricare ar fi poziţia punctului D pe latura (BC).

b) Determinaţi poziţia punctului D pe segmentul (BC) astfel încât perimetrul triunghiului AEF să fie minim.

c) Arătaţi că $EF<2AD$.

d) Care este poziţia punctului D pe (BC) astfel încât $AD\perp EF$?

Ioan Groza, Lucia Iepure

SUBIECTUL 4

Se consideră punctul M în interiorul triunghiului echilateral ABC şi P,L,K proiecţiile sale pe (AB), (BC), respectiv (AC). Calculaţi aria triunghiului ABC ştiind că $AP=8$, $BL=12$ şi $CK=7$.

Vasile Şerdean , Gheorghe Lobonţ

MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CLUJ
COLEGIUL NAŢIONAL „ MIHAI VITEAZUL" TURDA
SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

„MARIAN ŢARINĂ"

Ediţia a XI-a, 6– 7 MAI 2011
CLASA a VIII-a

SUBIECTUL 1

Fie $a, b \in R_+$, $x \in [0, 3a]$ şi $y \in [0, 2b]$. Demonstraţi că are loc egalitatea:

$$(x-y)^2 + \left(\frac{2x}{3} + \frac{3y}{2}\right)^2 \leq 13(a^2 + b^2).$$

Ştefania Mustea, Monica Fodor

SUBIECTUL 2

a) Ştiind că $x^3 - 3xy^2 = 10$ şi $y^3 - 3x^2y = 198$, calculaţi $x^2 + y^2$.

b) Să se determine cifra n din numărul $x = 1,n12$ care are proprietatea că

$$2d(x) + x = 2,488,$$

unde $d(x)$ notează distanţa de la x la cel apropiat număr întreg faţă de x.

Vasile Şerdean, Dorel I. Duca

SUBIECTUL 3

Cubul $ABCDA'B'C'D'$ are muchia de lungime a. Calculaţi:

a) Distanţa de la punctul B la dreapta $A'D$.

b) Cosinusul unghiului format de planele $(O'AC)$ şi $(O'AB)$ unde $\{O'\} = A'C' \cap B'D'$.

c) Distanţa de la punctul A la planul $(O'BC)$.

d) Aria secţiunii determinată în cub de planul $(O'BC)$.

Monica Fodor, Ioan Groza

SUBIECTUL 4.

O piramidă triunghiulară $VABC$ are aria bazei ABC egală cu 16. Feţele laterale VAB, VAC, VBC au respectiv ariile 10, 10, 12 şi fac acelaşi unghi cu planul bazei. Să se calculeze volumul piramidei $VABC$.

Vasile Şerdean , Cristian Pop