

Olimpiada de Matematică
Faza locală, 17 februarie 2007
Clasa a VI-a

Subiectul I

Cuiele cu ajutorul cărora se fixează potcoavele se numesc *caiele*. Pentru potcovirea cailor unei ferme se folosesc, la fiecare copită, același număr de p caiele, $2 \leq p \leq 6$. Se constată că, după ce au fost potcoviți 25% din cai, au fost folosite 444 de caiele.

- a) Determinați p .
- b) Aflați numărul cailor din fermă.

Subiectul II

Unghiurile proprii $\angle AOD$ și $\angle BOC$ sunt astfel încât interiorul unghiului $\angle BOC$ este inclus în interiorul unghiului $\angle AOD$, iar semidreptele $(OA$ și $(OC$ sunt de o parte și de alta a dreptei OB . Se știe că bisectoarele unghiurilor $\angle AOB$ și $\angle COD$ sunt perpendiculare. Arătați că unghiurile $\angle AOD$ și $\angle BOC$ sunt suplementare.

Subiectul III

- a) Fiecare număr din mulțimea $\{1, 2, 3, \dots, 4010\}$ se împarte cu rest la 2005. Calculați suma câturilor obținute.
- b) Luăm un număr natural nenul q și împărțim cu rest fiecare număr din mulțimea $\{1, 2, 3, \dots, 3q\}$ la q . Determinați q pentru care suma tuturor câturilor obținute astfel este 2007.

Subiectul IV

Numerele naturale nenule a, x, y verifică relația

$$\frac{x}{a} = \frac{23a}{y}.$$

- a) Arătați că numărul xy nu poate fi pătrat perfect.
- b) Aflați cea mai mică valoare posibilă a lui a atunci când este valabilă, în plus, relația $x^2 = y^3$.

Fiecare subiect se notează de la 1 la 10. Timp de lucru: 2 ore