

Olimpiada de Matematică
Faza locală, 17 februarie 2007
Clasa a VII-a

Subiectul I

Fie $ABCD$ un trapez în care $AB \parallel CD$, $AD = AC$, $AB = BC$ și $m(\angle ABC) = 30^\circ$.

- a) Arătați că înălțimea trapezului este jumătate din AB .
- b) Arătați că linia mijlocie a trapezului este mai scurtă decât AC .

Subiectul II

Considerăm mulțimea $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$. Determinați toate perechile de mulțimi (E, F) care îndeplinesc, simultan, condițiile:

- 1) E și F au același număr de elemente;
- 2) $E \cup F = A$;
- 3) pentru orice $x \in A$, dacă $x \in E$ atunci $x + 2 \in F$.

Subiectul III

Determinați toate numerele \overline{abc} de trei cifre distincte nenule, care au proprietatea că \overline{abc} este media aritmetică a numerelor \overline{bca} și \overline{cab} .

Subiectul IV

Fie I centrul cercului înscris într-un triunghi ABC . Mediatoarea segmentului $[BI]$ intersectează latura $[BC]$ în E , mediatoarea segmentului $[CI]$ intersectează latura $[BC]$ în F , iar cele două mediatoare se taie în P .

- a) Arătați că triunghiul IEF este asemenea cu triunghiul ABC .
- b) Arătați că punctele A, I, P sunt coliniare.

Fiecare subiect se notează de la 1 la 10. Timp de lucru: 3 ore