

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Faza locală-26.01.2008

Clasa a V-a

1. Se dau numerele : $x = [3^{121} : 9^{60} + (5^3)^2 : (5^2)^2] : 2^2$ și

$$y = 10^2 : \{ 23 + 34 : [(2 \times 3^2)^2 : 18 - 17^0 \times 1^{2008}] \}$$

Să se arate că : a) $x + y = 11$;

b) $x^{2008} + 2008^y$ nu este pătrat perfect.

2. a) Suma a trei numere naturale este 2008. Să se arate că cel puțin unul din ele este mai mare sau egal cu 670.

b) La o împărțire de două numere naturale se știe că deîmpărțitul este 41 iar restul este 3. Să se afle împărțitorul și câtul, știind că sunt diferite de 1.

3. a) Să se determine cel mai mic număr natural care are suma cifrelor 2001.

b) Să se determine cel mai mare număr de 7 cifre nenule având suma cifrelor 53.

4, Pe o tablă sunt scrise numerele naturale de la 1 la 1000. Elevii A și B șterg pe rând, începând cu A, câte un număr. Pierde elevul care este obligat să ștergă primul un multiplu al lui 2 sau un multiplu al lui 5. Care elev câștigă, A sau B? Justificați răspunsul.

Propunători : **prof. Alexandrina Ivan – Școala „Ion Basgan” Focșani**
prof. Lucian Buliga - Școala “Anghel Saligny”-Focșani

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
Faza locală-26.01.2008
Clasa a VI-a

- 1 Fie multimea $A = \{ \overline{2ab} / \overline{2ab} \text{ este divizibil cu } 3 \text{ și } a > 5 \}$.
 - a) Să se determine multimea A.
 - b) Multimea A conține elemente divizibile cu 33 ? Justificați răspunsul.

2. a) Dacă a și b sunt numere naturale nenule și 7 divide $2a+3b$, să se arate că 7 divide $5a+4b$.
 - b) Să se dea un exemplu de 2008 numere naturale consecutive, care să fie și numere compuse.

3. Fie punctele A, B, C, D, O astfel încât $m(\angle AOB) = 100^\circ$, iar C și D sunt în interiorul unghiului AOB și $m(\angle BOC) = 3 \cdot m(\angle AOC)$, $m(\angle COD) = 2 \cdot m(\angle AOC)$.
 - a) Determinați măsurile unghiurilor $\angle AOC$, $\angle BOD$, $\angle COD$
 - b) Arătați că unghiurile $\angle COD$ și $\angle AOB$ au aceeași bisectoare.

4. Fie triunghiul ABC în care $AB=AC$ și punctele S, R în exteriorul triunghiului astfel încât $SA=SB=RA=RC$ și AB separă punctele S și C, AC separă punctele B și R.
Să se arate că:
 - a) Triunghiurile CAS și BAR sunt congruente.
 - b) $BT=CT$, unde T este intersecția dreptelor BR și SC
 - c) Dreptele BR, CS și bisectoarea unghiului $\angle BAC$ sunt concurente.

Propunatori : **prof. Sebastian Pislaru-SAM Homocea,**
prof. Pătrașcu Enache-CN Unirea Focșani

SUCCES!

NOTĂ: Timp de lucru cel mult 3 ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
Faza locală-26.01.2008
Clasa a VII-a

1. Se consideră numerele raționale a, b, c direct proporționale cu 5, 7, 4 și c, d, e invers proporționale cu 3, 6, 5.
 - a) Să se arate că c, d, e sunt direct proporționale cu 10, 5, 6.
 - b) Dacă $a^2 + b^2 = 1850$ să se afle a, b, c, d, e .
 - c) Dacă $a + e = 111$ să se afle a, b, c, d, e .

2. a) Câte triplete (x, y, z) cu $x, y, z > 0$ și $\sqrt{x, y(z) + y, z(x) + z, x(y)} \in \mathbf{Q}$ există?
b) Să se afle numărul natural \overline{abc} astfel încât $\sqrt{1+3+5+\dots+\overline{abc}} = \overline{cba}$.

3. Fie ABCD un trapez ($AB \parallel CD$), O intersecția diagonalelor și M, N mijloacele bazelor. Dacă $EF \parallel AB$, $O \in EF$, $E \in AD$, $F \in BC$ și $AD \cap BC = \{P\}$, să se arate că:
 - a) $(EO) \equiv (OF)$;
 - b) P, M, O sunt coliniare;
 - c) M, O, N sunt coliniare.

4. Fie ABC un triunghi isoscel ($(AB) \equiv (AC)$) și M mijlocul lui (BC). Construim $ME \perp AB$, $E \in AB$ și $MD \perp AC$, $D \in AC$.
 - a) Să se arate că $DE \parallel BC$;
 - b) Știind că CE conține mijlocul lui MD să se arate că $\triangle ABC$ este dreptunghic.

Propunători: **prof. Gicuța Dochioiu, Șc. „Duliu Zamfirescu”, Focșani**
prof. Marius Mohonea, C. N. „Unirea”, Focșani

SUCCES!

NOTĂ: Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
Faza locală-26.01.2008

Clasa a VIII-a

1. Fie $a = \left[(2 + \sqrt{3})^2 + \frac{1}{(2 - \sqrt{3})^2} \right] \cdot \frac{(4 - 2\sqrt{3})^2}{8}$ și

$$b = \left[(2 + \sqrt{3})^{2008} + \frac{1}{(2 - \sqrt{3})^{2008}} \right] \cdot \frac{(4 - 2\sqrt{3})^{2008}}{2^{2009}} .$$

Arătați că $a = b$.

2. a) Verificați că $\sqrt{8 - 2\sqrt{7}} + \sqrt{8 + 2\sqrt{7}} = 2\sqrt{7}$;

b) Arătați că $\sqrt{n(n+1)(n+2)(n+3)+1} \in \mathbb{N}$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$.

3. Pe planul pătratului ABCD se ridică perpendiculara BM cu $BM = 2\sqrt{3}$ cm. Știind că triunghiul MAC este echilateral, calculați:

- latura pătratului ABCD;
- distanța dintre dreptele AC și MD .

4. Fie ABCD un tetraedru ,iar G_1, G_2, G_3 centrele de greutate ale triunghiurilor ACD , ADB ,respectiv ABC.

- Demonstrați că $(G_1G_2G_3) \parallel (BCD)$;
- Aflați raportul ariilor triunghiurilor $G_1G_2G_3$ și BCD ;

Notă: timp de lucru 3 ore .

Subiecte propuse de prof. Mirela Pîrvu .

