

## Triunghiul. Perpendicularitate. Paralelism. Probleme recapitulative

- În  $\Delta ABC$ , având  $m(\angle CBA)=70^\circ$  și  $m(\angle BAC)=80^\circ$  se notează D piciorul înălțimii din A.  
a) Calculați  $m(\angle CAD)$ ; b) Paralela prin C la AB și dreapta AD sunt concurente în E. Calculați  $m(\angle CEA)$ .
- În  $\Delta DEF$ , având  $m(\angle EDF)=64^\circ$  și  $m(\angle EFD)=48^\circ$ , punctul  $M \in [DF]$ , astfel încât  $\angle DEM \equiv \angle MEF$ .  
a) Aflați  $m(\angle MEF)$ ; b) Dacă  $MA \parallel DE$ ,  $A \in DE$ , calculați măsurile unghiurilor triunghiului AME ; c) Demonstrați că  $[AM] \equiv [EA]$ ; d) Aflați valoarea de adevăr a propoziției “Punctul A este mijlocul lui [DE]”.
- Triunghiul ABC este isoscel cu vârful B,  $m(\angle CAB)=75^\circ$ , iar D este mijlocul lui [AC]. a) Calculați  $m(\angle ABD)$ ; b) Dacă DQ este înălțime în  $\Delta BAD$ ,  $Q \in AB$ , aflați  $m(\angle BDQ)$ ; d) Demonstrați că punctul D este egal depărtat de laturile unghiului  $\angle CBA$ .
- Fie  $\Delta PQR$  echilateral și punctul  $S \in QR$ , astfel încât  $Q \in [SR]$ ,  $[SQ] \equiv [QR]$ . a) Demonstrați că  $SP \perp PR$ ;  
b) Completați : în triunghiul PSR, [PQ] este..... ; c) Paralela prin R la PS intersectează dreapta PQ în punctul M. Demonstrați că  $QM=PQ$ .
- Un triunghi isoscel are un unghi cu măsura  $92^\circ$ . Calculați măsurile unghiurilor exterioare ale triunghiului.
- Se consideră  $\Delta ABC$  și dreptele  $d_1 \parallel BC$  ( $A \in d_1$ ),  $d_2 \parallel AC$  ( $B \in d_2$ ),  $d_3 \parallel AB$  ( $C \in d_3$ ). Notăm  $d_2 \cap d_3 = \{A'\}$ ,  $d_1 \cap d_3 = \{B'\}$ ,  $d_2 \cap d_1 = \{C'\}$ . a) Demonstrați că  $\Delta B'AC' \equiv \Delta BCA$ ; b) Arătați că A este mijlocul lui [B'C']; c) Dacă dreptele BB' și CC' sunt concurente în P, arătați că P este centrul de greutate al triunghiului A'B'C' și al triunghiului ABC.
- În  $\Delta PQR$ , având  $m(\angle P)=50^\circ$  și  $m(\angle PQR)=70^\circ$  se notează L punctul de intersecție a perpendicularei în Q pe PQ cu perpendiculara în R pe PR. a) Calculați  $m(\angle LRQ)$ ; b) Demonstrați că unghiurile  $\angle P$  și  $\angle L$  sunt suplementare;c) Arătați că unghiurile  $\angle P$  și  $\angle L$  sunt suplementare indiferent de măsurile unghiurilor  $\Delta PQR$ .
- Fie  $\Delta ABC$  și punctele  $A_1, A_2$  astfel încât  $A_1, B, C, A_2$  sunt coliniare (în această ordine),  $[A_1B] \equiv [AB]$ , iar  $[A_2C] \equiv [AC]$ . a) Demonstrați că  $m(\angle A_1AA_2)=90^\circ + \frac{m(\angle BAC)}{2}$ ; b) Perpendiculara din B pe  $A_1A_2$  intersectează perpendiculara din C pe  $A_1A_2$  în M. Ce reprezintă punctul M pentru  $\Delta A_1AA_2$ ?; c) Dacă N este mijlocul lui  $[A_1A_2]$ , demonstrați că  $MN \perp A_1A_2$ .
- Se consideră  $\Delta ABC$ , având  $m(\angle CBA)=40^\circ$  și  $m(\angle CAB)=130^\circ$ . Mediatoarea lui [BC] taie AC în D și AB în E.  
a) Calculați  $m(\angle DBC)$ ; b) Calculați  $m(\angle ECA)$ ; c) Demonstrați că  $[AD] \equiv [DE]$ .
- În  $\Delta ABC$  dreptunghic, având ipotenuza [AC], se prelungește mediana [AM] cu segmentul  $[ME] \equiv [AM]$ .  
a) Arătați că  $\Delta BME \equiv \Delta CMA$ ; b) Demonstrați că  $BE \parallel AC$ ; c) Demonstrați că  $EC \perp BC$ .