Concursul judeţean ARGEŞGIM – Ediţia a V-a
Piteşti – 05.11.2011

Clasa a VII-a

1. Rezolvaţi în mulţimea numerelor naturale nenule ecuaţia:
$x^t + y^t + z^t = x^t y^t z^t$, cu necunoscutele *x, z, y, t*.

Prof. Molea F. Gheorghe, Curtea de Argeş.

2. Arătaţi că patru numere naturale consecutive nu pot fi termenii unei proporţii. Cât ar trebui adunat eventual scăzut la al patrulea număr din şirul anterior, păstrând ordinea pentru ca împreună cu celelalte trei să formeze o proporţie.

Prof. Valer Pop

3. În triunghiul *ABC*, $m(\angle B) > m(\angle C)$.

a) Dacă $E \in (AC)$ şi $F \in (AB$ astfel încât $\angle ABE \equiv \angle ACB$ şi $\angle ACF \equiv \angle ABC$, să se arate că $BE \parallel CF$.

b) Dacă $(AD$ este bisectoarea unghiului $\angle BAC$, $D \in (BC)$ şi *P* este piciorul perpendicularei duse din *C* pe *AD*, arătaţi că

$$m(\angle ABC) = m(\angle ACP) + m(\angle PCD).$$

4. În triunghiul *ABC* punctul *M* este mijlocul segmentului (*BC*) iar $D \in [AM$ astfel încât $[AM] \equiv [MD]$. Demonstraţi că $AB \parallel CD$.

Clasa a VIII-a

1. a) Demonstraţi că xy(x+y) este număr par , oricare ar fi x si y numere intregi .

b) Justificaţi dacă există numerele intregi a , b , c , d , astfel încat :
$a^2 (b^3 + c^3) + b^2 (a^3 - c^3) + c^2 (a^3 - b^3) + 1 = a^3b^3c^3d^3(a + d)$.

Gheorghe Molea, Curtea de Argeş

2. a) Să se arate că $\sqrt{1+\frac{1}{k^2}+\frac{1}{(k+1)^2}} \in Q$, $(\forall)k \in N^*$.

b) Să se rezolve în R ecuaţia:

$$\frac{5}{2}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+...+\sqrt{1+\frac{1}{2010^2}+\frac{1}{2011^2}}=x+\frac{2010}{2011} .$$

3. a). Demonstraţi că un triunghi este dreptunghic de ipotenuză „a'' dacă şi numai dacă $2(a + b)(a + c) = (a + b + c)^2$.
b). Demonstraţi că în orice triunghi dreptunghic raportul dintre perimetru şi ipotenuză este cel mult $1+\sqrt{2}$.

Prof. Molea F. Gheorghe, Curtea de Argeş.

4. Fie ABC un triunghi echilateral, D∈ BC astfel încât (DC) ≡ (BC) şi E∈ AC astfel încât (AE) ≡ (AC). Dacă DE ∩ AB = {F}, arătaţi că AB = 3AF.

G.M. 3/2009