

Olimpiada Națională de Matematică 2007

Etapa finală, Pitești, 11 aprilie 2007

CLASA A VII-A

Subiectul 1. Într-un triunghi ABC , laturile a, b, c verifică relațiile $a + b - c = 2$ și $2ab - c^2 = 4$. Să se arate că triunghiul este echilateral.

Subiectul 2. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A cu $AC = 2AB$. Fie P și Q mijloacele laturilor AB , respectiv AC și punctele M, N pe latura BC cu $CM = BN = x$. Să se determine x în funcție de AB astfel încât

$$2 \cdot S[MNPQ] = S[ABC].$$

Subiectul 3. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A cu $AB < AC$. Fie punctul D pe latura AC astfel încât $\sphericalangle ACB = \sphericalangle DBA$. Punctul E este proiecția punctului D pe latura BC . Știind că $BD + DE = AC$, să se afle măsurile unghiurilor triunghiului ABC .

Subiectul 4. Fie m, n numere naturale cu $m > 1$ și $2^{2m+1} - n^2 \geq 0$. Să se arate că $2^{2m+1} - n^2 \geq 7$.